

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

МАРЧУКОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ – 2018

Труды

Международной конференции

"Вычислительная математика и математическая геофизика"

посвященной 90-летию со дня рождения

академика А. С. Алексеева

8-12 октября 2018 г.

Академгородок, Новосибирск, Россия

УДК 519.6

ББК 22.19

Труды Международной конференции "Вычислительная математика и математическая геофизика", посвященной 90-летию со дня рождения академика А. С. Алексеева. Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук. Новосибирск. 8–12 октября 2018 г. 446 стр.

Целью Международной конференции "Вычислительная математика и математическая геофизика", посвященной 90-летию со дня рождения академика А. С. Алексеева, является привлечение специалистов по численному анализу, прикладной математике и вычислительным технологиям к обсуждению актуальных вопросов математики и математического моделирования, а также вопросов практического применения современных численных методов. Основные темы конференции: методы решения дифференциальных уравнений, задач вычислительной алгебры и аппроксимации; методы Монте-Карло и численное статистическое моделирование; математическое моделирование задач физики атмосферы и океана и задач охраны окружающей среды; вычислительные задачи геофизики; моделирование систем информатики и параллельные супервычисления; активная сейсмология, геоинформатика и дистанционное зондирование; обратные задачи в геофизике; высокопроизводительные вычисления в науках о Земле.

Конференция проводится при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-01-20086 Г)
и Новосибирского государственного университета

При поддержке

Новосибирского государственного университета
Регионального математического центра НГУ
Министерства науки и высшего образования Российской Федерации
Сибирского отделения Российской академии наук
Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН
Правительства Новосибирской области
Мэрии города Новосибирска
Института вычислительной математики РАН
Института вычислительного моделирования СО РАН
Института вычислительных технологий СО РАН
Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Института систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН

Информационная поддержка

Пресс-служба СО РАН

Сайт конференции: <http://conf.nsc.ru/msr18>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОТОМОГРАФИИ НА КУСТОВЫХ ПЛОЩАДКАХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

А. В. Мариненко¹, М. И. Эпов^{1,2}, В. В. Оленченко¹

¹ *Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Новосибирск*

² *Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск*

УДК 550.837

При решении практических задач электротомографии часто возникает необходимость выполнить численное моделирование сигналов на территориях промышленных объектов, насыщенных металлическими конструкциями сложной формы. С одной стороны, все геометрические и электрофизические характеристики металлических конструкций известны. С другой стороны, их вклад в измеряемые сигналы может варьироваться в широких диапазонах — от подавляющего до относительно небольшого. Поэтому одной из главных целей решения прямых и обратных задач в таких средах является оценка влияния на измерения металлических конструкций.

Ключевые слова: прямые задачи, обратные задачи, электротомография, метод конечных элементов.

Введение

Для геофизических исследований методом электротомографии на постоянном токе часто возникает необходимость проведения предварительного численного моделирования. Особенно это актуально в том случае, когда имеется некоторая информация о подвергаемых томографии породах. Например, такая информация есть на геофизических площадках, где проводится бурение скважин. Существующее электротомографическое программное обеспечение (ПО) позволяет проводить прямое моделирование лишь в простейших случаях и решает прежде всего задачу определения числа и разности между электродами на площадке для успешного обнаружения объекта, залегающего на некоторой глубине. Целью же данной работы являлась разработка программного комплекса (ПК), который позволит изучить влияние объектов, содержащихся в слое земли и над ним на результирующую картину кажущихся сопротивлений (и инверсии), а также выработать стратегию минимизации этого влияния. Подобная проблема возникает в случае тех же скважин с металлической обсадкой, наличие которых сильно затрудняет решение задачи инверсии [1].

1 Модель среды и выбор рабочей установки

Рассмотрим в качестве примера среды кустовую площадку с эксплуатационными газовыми скважинами [1]. На площадке в большом количестве присутствуют надземные и подземные металлические конструкции: трубы, сваи, обсадные колонны. Модель типичной площадки показана на рис. 1.

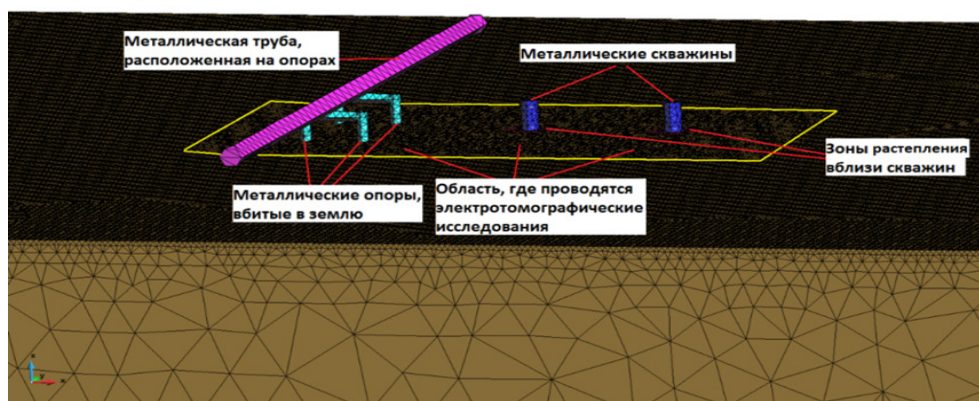


Рис. 1: Модель кустовой площадки с двумя скважинами

Далее будем считать, что электрическое сопротивление слоя земли равно $1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, зон растепления — $100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, металла — очень малое, а воздуха — очень большое значение. При проектировании работ по электротомографии сначала выбирается тип зондирующей установки. Наиболее распространённой является установка Веннер-Альфа (рис. 2) [2]. Она состоит из четырёх равноудалённых электродов — двух питающих (А и В) и двух измерительных (М и N).

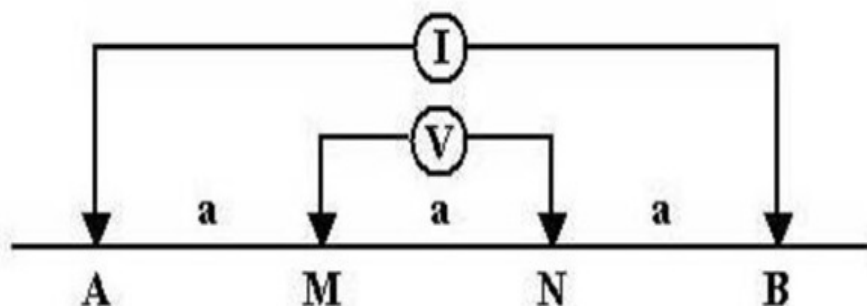


Рис. 2: Установка Веннер-Альфа

На питающих электродах (А и В) задаётся либо постоянная разность потенциалов, либо значение стекающего поверхностного тока. Математические постановки для этих двух случаев формулируются схожим образом, поэтому остановимся лишь на первой из них.

2 Математическая модель

Определим напряжённость электрического поля в среде при заданной постоянной разности потенциалов на питающих электродах. Предположим, что верхнее полупространство является воздухом с электропроводностью, близкой к нулю. Нижнее проводящее полупространство без латеральных неоднородностей будем считать трёхслойным. Введём правостороннюю декартову систему координат. Уравнение плоскости, являющейся дневной поверхностью $Z = 0$. Ось Z направлена вверх. Каждый из слоёв характеризуется значениями удельной электропроводности σ , магнитной μ и диэлектрической ϵ проницаемости. Будем искать значения электрического поля во всех точках слоистой области моделирования (рис. 3).

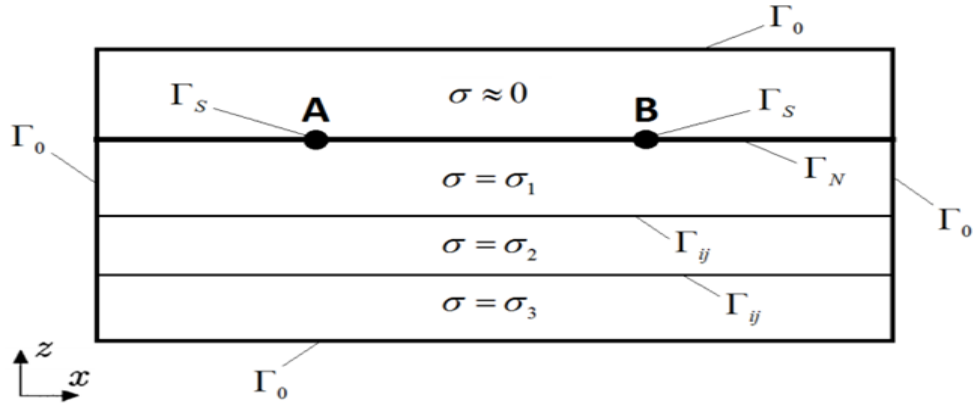


Рис. 3: Сечение X0Z расчётной слоистой области моделирования

Запишем систему уравнений Максвелла в стационарном режиме [3]:

$$\text{rot} \vec{E} = 0; \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \vec{J}^{\text{source}}; \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0; \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{D} = 0; \quad (4)$$

Здесь $\vec{E}$ — напряжённость электрического поля (В/м), $\vec{D}$ — электрическая индукция (Кл/м³); $\vec{H}$ — напряжённость магнитного поля (А/м); $\vec{B}$ — магнитная индукция (Тл); σ — удельная электропроводность (См/м); $\vec{J}$ — плотность стороннего поверхностного тока (А/м²). Введём уравнения состояния:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}.$$

Введём электрический потенциал. Из (1) следует, что:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi, \quad (5)$$

где φ — скалярный электрический потенциал (В).

Граница расчётной области $\partial\Omega$ (рис. 3) совпадает с Γ_0 , на которой искомые значения близки к нулю. Если среда выше границы «земля-воздух» Γ_N не содержит проводящих объектов, верхняя граница расчётной области $\partial\Omega$ представляет собой объединение Γ_N и Γ_S . На Γ_N задаются условия непротекания для нормальной компоненты плотности тока:

$$\vec{n} \cdot \vec{J} \Big|_{\Gamma_N} = \vec{n} \cdot \sigma \vec{E} \Big|_{\Gamma_N} = \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_N} = 0, \quad (6)$$

где $\vec{n}$ — единичная внешняя нормаль к границе Γ_N .

На границе «электрод-среда» Γ_S зададим значение потенциала:

$$\varphi|_{\Gamma_S} = \varphi_0. \quad (7)$$

Функция φ_0 на участках границы Γ_S , соответствующих расположению питающих электродов, равна заданной разности потенциалов. Например, при разности потенциалов равной $2b$, функция может быть задана следующим образом:

$$\varphi_0 = \begin{cases} b, & \text{on } \Gamma_S^A, \\ -b, & \text{on } \Gamma_S^B. \end{cases} \quad (8)$$

На границах Γ_{ij} , разделяющих подобласти с разной удельной электропроводностью, задаются условия сопряжения для электрического поля $\vec{E}$:

$$\left[\vec{n} \times \vec{E} \right]_{\Gamma_{ij}} = 0, \quad (9)$$

$$\left[\vec{n} \cdot \sigma \vec{E} \right]_{\Gamma_{ij}} = 0. \quad (10)$$

Эти условия определяют непрерывность потенциала φ и его нормальной производной на границах Γ_{ij} :

$$[\varphi]_{\Gamma_{ij}} = 0, \quad (11)$$

$$\left[\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_{\Gamma_{ij}} = 0, \quad (12)$$

где $\vec{n}$ — единичная внешняя нормаль к Γ_{ij} .

Таким образом, можно сформулировать следующую краевую задачу:

$$-\operatorname{div} \sigma \operatorname{grad} \varphi = 0, \quad \text{in } \Omega = \bigcup_i \Omega_i, \quad (13)$$

$$\varphi|_{\Gamma_S} = \varphi_0, \quad (14)$$

$$\varphi|_{\Gamma_0} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_N} = 0, \quad (16)$$

$$[\varphi]_{\Gamma_{ij}} = 0, \quad (17)$$

$$\left[\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_{\Gamma_{ij}} = 0. \quad (18)$$

Напомним, что равенство (16) справедливо только в том случае, когда объекты выше границы «земля-воздух» отсутствуют.

Теперь может быть получена вариационная формулировка для краевой задачи и построен конечно-элементный аналог вариационных уравнений [4]. В работе использовались линейные базисные функции на нерегулярном тетраэдральном разбиении. То есть на отдельном конечном элементе функция определена только в вершинах тетраэдра [5]. Сетка в подобных задачах сгущается в тех областях, где расположены влияющие на моделирование объекты, и где наибольшие пространственные изменения электрического поля. Используя выбранный базис, получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для её решения использовался метод сопряженных градиентов (МСГ) [6] в параллельной реализации для графических процессоров (GPU). Её решения являются значениями потенциала φ в узлах сетки.

Задача определения электрического поля в среде при заданном стекающем токе на питающих электродах, как уже было сказано выше, имеет схожий вид.

Для решения обратных задач применялся подход, описанный в работе [7]. Его преимуществом является использование тетраэдральных сеток для инверсии. Таким образом, можно использовать один алгоритм построения сеток, как для прямой, так и для обратной задачи, учитывать сложные геометрии области и проводить сгущения сетки там, где это необходимо.

3 Численный эксперимент

Как известно, входными данными для задачи инверсии являются значения кажущихся сопротивлений (КС), полученные при перемещении установки по заданному профилю в случае 2D инверсии или по нескольким профилям в случае 3D инверсии [8]. Чем ближе входная модель к истинной модели, тем больше шанс получить точный результат на выходе. Рассмотрим профиль, параллельный оси X (см. рис. 1), проходящий вблизи металлических опор и двух скважин в крест простиранья самой большой металлической трубы, лежащей на П-образных опорах (рис. 4).

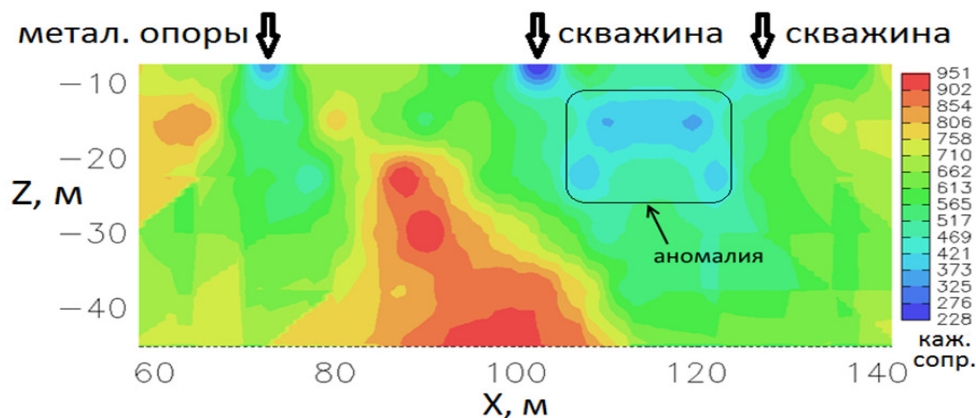


Рис. 4: Разрез КС при $Y = \text{const}$

Из рис. 4 видно, что на разрезе КС металлические опоры сливаются в единый «объект», зоны растепления выделяются достаточно чётко, в то время как скважины образуют аномалию в области между ними на условных глубинах примерно от 10 до 25 м. При этом влияние длинной трубы, находящейся в воздухе, остаётся минимальным. Теперь рассмотрим КС на ортогональном профиле ($X = \text{const}$). Он проложен в непосредственной близости от П-образных опор и параллелен трубе, лежащей на них (см. рис. 1).

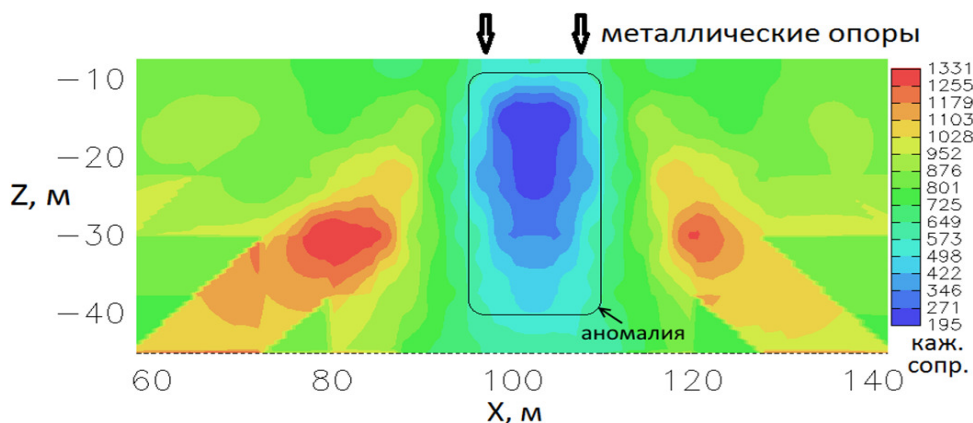


Рис. 5: Разрез КС при $X = \text{const}$

На этом разрезе (рис. 5) видна низкоомная аномалия, обусловленная П-образными опорами. Однако её глубина (от 10 до 40 м) существенно больше, чем в предыдущем случае, хотя сами П-образные опоры расположены не так глубоко, как скважины. Эта аномалия характеризуется такими большими размерами по двум причинам. Во-первых, четыре П-образные опоры сливаются в одну. Во-вторых, значительно усиливается влияние трубы, расположенной на П-образных опорах, поскольку она на всём профиле находится над питающими и измерительными электродами.

Наконец, рассмотрим на первый взгляд простую модель с обсаженной металлической трубой скважиной, расположенной в центре области, где выполняется электротомография. Разрез КС для такой модели показан на рис. 6.

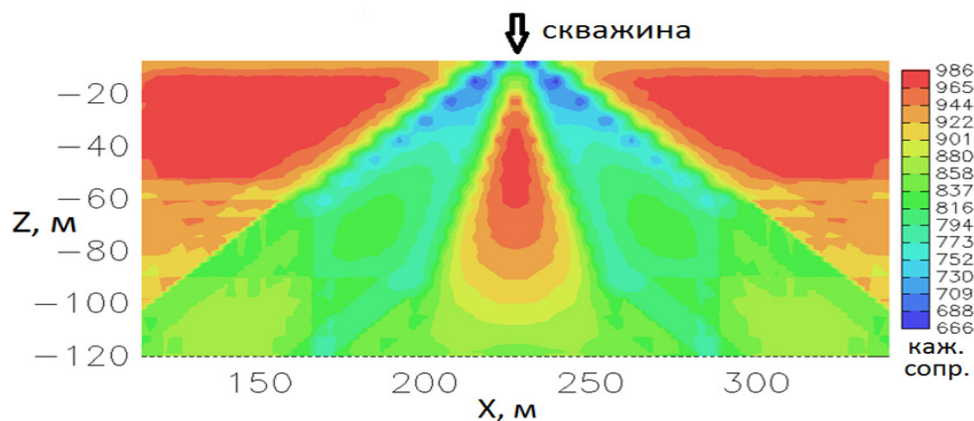


Рис. 6: Разрез КС для одиночной скважины в центре области

Из рис. 6 видно, что даже одиночная обсаженная скважина порождает аномалию сложного строения. Её центральную часть занимает высокоомная каплевидная область, погружённая в трапецевидную область средних значений КС. В верхней части разреза вблизи скважины выделяются наклонные полосы низких величин КС. Наличие трапецевидальной аномалии связано с тем, что обсадная металлическая труба сама становится источником тока, который с её поверхности стекает в окружающую среду. Столь сложное распределение КС несомненно будет препятствовать корректной работе алгоритмов инверсии (рис. 7).

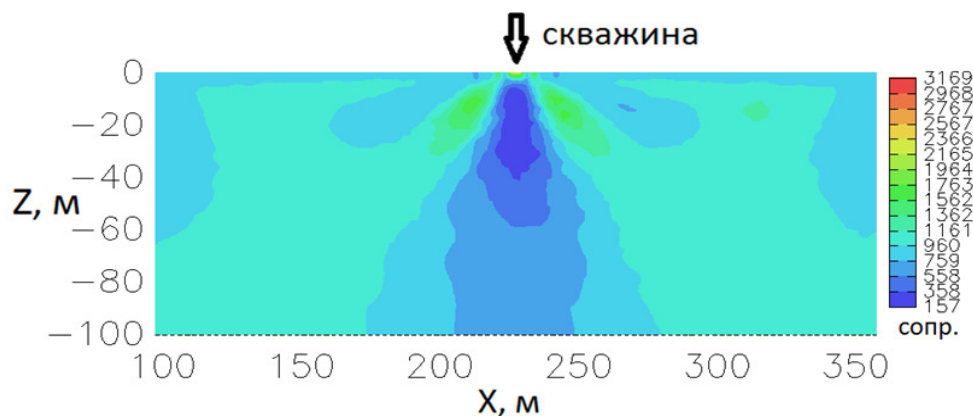


Рис. 7: Результат 2D инверсии для одиночной скважины в центре области

По рис. 7 можно заключить, что алгоритм инверсии относительно успешно справился с идентификацией скважины в центре области, однако боковые аномалии, присутствовавшие в начальной модели, полностью не исчезли. Наличие этих несуществующих аномалий может ввести в заблуждение исследователя и дать повод для недостоверных выводов по разрезу.

Заключение

Были проведены эксперименты на кустовой площадке, которые показали, что наличие сильно проводящих объектов, как в исследуемой среде, так и выше неё могут приводить к существенным аномалиям в начальной модели обратной задачи. Эти аномалии не могут быть устранены алгоритмами инверсии. Единственным способом подавления аномалий является предварительное моделирование прямой задачи, которая позволит

определить те точки профилей, которые нужно удалить из начальной модели для уменьшения влияния сильно проводящих объектов. Разработанный в ходе исследований ПК позволяет проводить расчёты прямых и обратных задач в сложных по форме областях, исключать из начальной модели ненужные результаты и проводить графический анализ данных. Все представленные в статье результаты были получены непосредственно в реализованном ПК без привлечения стороннего ПО.

Список литературы

- [1] Сергеев К.С., Рыжков В.И. и др. Изучение многолетнемерзлых пород с использованием комплекса методов инженерной геофизики (на примере кустовой площадки нефтегазо-конденсатного месторождения в Западной Сибири) // Журнал «Инженерные изыскания», №10-11/2015, С. 46–53.
- [2] Акуленко С.А., Березина С.А. и др. Электроразведка методом сопротивлений // Учебное пособие под редакцией В.К. Хмелевского и В.А. Шевнина. — М.: МГУ, 1994. — 160 с.
- [3] Стрэттон Д.А. Теория электромагнетизма. — Москва: Издательство технико-теоретической литературы, 1948 — 539 с.
- [4] Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. — М.: Мир, 1986. — 318 с.
- [5] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 543 с.
- [6] Баландин М.Ю., Шурина Э.П. Методы решения СЛАУ большой размерности. — Новосибирск: Издательство НГТУ, 2000. — 70 с.
- [7] Rucker C. Advanced Electrical Resistivity Modelling and Inversion using Unstructured Discretization // Dissertation, Leipzig, 2011. — 121 p.
- [8] Доброхотова И.А., Новиков К.В. Электроразведка // Учебное пособие для студентов заочного обучения. — М.: изд-во РГГРУ, 2009. — 54 с.

*Аркадий Вадимович Мариненко — к.ф.-м.н., мл. науч. сотр. Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН;
e-mail: arkadiy@reqip.net;*

*Михаил Иванович Эпов — д.т.н., академик, гл. науч. сотр. Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
зав. кафедрой геофизики геолого-геофизического факультета
Новосибирского государственного университета;
e-mail: EповMI@ipgg.sbras.ru;*

*Владимир Владимирович Оленченко — к.г.-м.н., доцент, зав. лабораторией геоэлектрики Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН;
e-mail: OlenchenkoVV@ipgg.sbras.ru.*

Дата поступления — 20 сентября 2018 г.