ФИЗИКА
ЗЕМЛИ
№ 8 · 1976

УДК 550.837

В. С. МОГИЛАТОВ

ПОЗДНЯЯ СТАДИЯ СТАНОВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМОГО ПОГРУЖЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ДИПОЛЕМ

В различных вариантах метода становления электромагнитного поля в море предусматривается размещение приемно-питающей установки на дне. При интерпретации результатов зондирования применяются способы, принятые в сухопутной электроразведке, а тем обстоятельством, что установка погружена, обычно пренебрегают. Действительно, в известных автору работах, проведенных на Черном и Азовском морях, имело место такое соотношение размеров установки, исследуемой глубины и глубины моря, что толща воды с самого начала процесса становления могла быть заменена проводящей плоскостью.

Однако с увеличением глубин моря и в случае плохо проводящих разрезов может возникнуть такая ситуация, когда суммарные продольные проводимости и мощности разреза и слоя воды сравнимы.

Заранее можно ожидать, что на самой поздней стадии поле от погруженного источника совпадает с полем от источника, расположенного на дневной поверхности. Для более ранней стадии желательно получить выражения для поля, учитывающие положение диполя. Такие формулы в случае электрического диполя, расположенного на дневной поверхности, получены в работах [1—3].

Поместим горизонтальный электрический диполь в трехслойный разрез (нижняя среда — изолятор) на кровлю второго слоя в плоскости $z=0$. Пусть ось Z направлена вверх, а ось X совпадает с осью диполя. Диполь возбуждается включением постоянного тока в момент $t=0$.

Применительно к нуждам морской электроразведки найдем значения электрического поля в плоскости $z=0$ (дно моря) в проекции на ось X.

Как известно [1, 2],

$$E_x=\frac{M}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-\mu_0\gamma\frac{\partial\Pi}{\partial t}\right), \tag{1}$$

где M — величина момента диполя, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Функции Π и Q определяются так:

$$\Pi=\int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)X(z,\lambda,t)\,d\lambda, \tag{2}$$

$$Q=\int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\left[\frac{1}{\gamma}\left(X+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)\right]d\lambda, \tag{3}$$

где $J_0(\lambda r)$ — функция Бесселя, γ — проводимость, принимающая три значения: γ_1, γ_2 и $\gamma_3=0$; $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

Функции X и Z удовлетворяют соответствующим краевым задачам. В нашем случае, учитывая положение диполя и выбранную систему координат, имеем для X

$$\frac{\partial^2 X}{\partial^2 z}-\lambda X=\mu_0\gamma\frac{\partial X}{\partial t},\qquad -h_2\leqslant z\leqslant h_1,\qquad \frac{\partial X}{\partial z}-\lambda X=0,\qquad z=-h_2,$$

$$\frac{\partial X}{\partial z}+\lambda X=0,\qquad z=h_1,\quad [X]\big|_{z=0}=0,\qquad \left[\frac{\partial X}{\partial z}\right]\Big|_{z=0}=-2\lambda,$$

$$X=0,\quad t=0,$$

где h_1 и h_2 — мощности первого и второго слоев.

Выделяя стационарную часть, запишем

$$X(z,\ \lambda,\ t)=X^{(0)}(z,\ \lambda)+\bar{X}(z,\ \lambda,\ t), \tag{4}$$

что дает две краевые задачи для $X^{(0)}$ и $\bar{X}$ соответственно.

Функцию $X^{(0)}$ находим сразу:

$$X^{(0)}=e^{-\lambda|z|}. \tag{5}$$

Начальное условие для $\bar{X}$

$$\bar{X}=-X^{(0)}, \qquad t=0.$$

Функцию $\bar{X}$ ищем в виде ряда по собственным функциям:

$$\bar{X}=\sum_{n=0}^{\infty} c_n(\lambda)\, u_n(z,\lambda)\, e^{-m_n(\lambda)t}, \tag{6}$$

$$c_n=-\frac{\int\limits_{-h_2}^{h_1} X^{(0)}u_n\,dz}{\int\limits_{-h_2}^{h_1} u_n^2\,dz}. \tag{7}$$

Функции u_n являются решениями краевой задачи

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2}+k_n^2u_n=0, \qquad -h_2\leqslant z\leqslant h_1,$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial z}-\lambda u_n=0, \qquad z=-h_2,$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial z}+\lambda u_n=0, \qquad z=h_1, \tag{8}$$

$$[u_n]\,|_{z=0}=0, \qquad \left[\frac{\partial u_n}{\partial z}\right]\Bigg|_{z=0}=0,$$

$$k_n^2=\mu_0\gamma m_n-\lambda^2.$$

С точностью до постоянного множителя имеем в каждом слое

$$u_n^{(i)}=A_n^{(i)}\cos k_n^{(i)}z+B_n^{(i)}\sin k_n^{(i)}z.$$

Можно показать, как это сделано в работах [1, 2], что при $t\to\infty$ значение функции $\bar{X}$ определяется первым членом ряда (6), причем $\bar{X}$ достаточно определить лишь для $\lambda\to 0$.

Сохраняя всюду два члена по порядку малости и вычисляя только величины, относящиеся к первому члену ряда (6), найдем $\bar{X}$ в виде, достаточном для определения функции П на больших временах:

$$\bar{X}^{(i)}\approx c_0(A_0^{(i)}\cos k_0^{(i)}z+B_0^{(i)}\sin k^{(i)}z)\,e^{-m_0t}, \tag{9}$$

$$m_0\approx\frac{2\lambda}{\mu_0 s}(1+\lambda h\alpha_1), \tag{10}$$

$$[k_0^{(i)}]^2=\mu_0\gamma_i m_0-\lambda^2, \tag{11}$$

$$A_0^{(i)} = 1, \tag{12}$$

$$B_0^{(i)} \approx \frac{\lambda}{k_0^{(i)}} (\sigma_1 - \sigma_2 + \lambda h \alpha_2), \tag{13}$$

$$c_0 \approx -(1 + \lambda h \alpha_3), \tag{14}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3} (2 - \nu_1 \sigma_1 - \nu_2 \sigma_2), \tag{15}$$

$$\alpha_2 = -2\sigma_1 \sigma_2 \left(\nu_1 - \nu_2 - \frac{2}{3} \nu_1 \sigma_1 + \frac{2}{3} \nu_2 \sigma_2 \right), \tag{16}$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{3} [\nu_1 \nu_2 (1 - \sigma_1 \sigma_2) - \nu_1 \sigma_1 - \nu_2 \sigma_2], \tag{17}$$

$h = h_1 + h_2$ — суммарная мощность разреза, $s = s_1 + s_2$ — суммарная продольная проводимость разреза, $\nu_i = h_i / h$ — относительная мощность слоя и $\sigma_i = s_i / s$ — относительная продольная проводимость слоя.

Для определения E_x необходимо вычислить производную

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\partial X}{\partial t} d\lambda. \tag{18}$$

При $z=0$ имеем, заботясь о сохранении двух членов по порядку малости

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} \approx \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[\frac{2\lambda}{\mu_0 s} (1 + \lambda h \alpha_4) \right] e^{-\lambda \tau} d\lambda, \tag{19}$$

где

$$\alpha_4 = \frac{1}{3} [2\nu_1 \nu_2 (1 - \sigma_1 \sigma_2) + 2\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \sigma_1 - \nu_2 \sigma_2], \tag{20}$$

$$\tau = \frac{2t}{\mu_0 s}. \tag{21}$$

Интеграл (19) легко вычисляется, и в результате получаем

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} \approx \frac{2}{\mu_0 s} \frac{1}{(r^2 + \tau^2)^{3/2}} \left(\tau + h \alpha_4 \frac{2\tau^2 - r^2}{r^2 + \tau^2} \right). \tag{22}$$

Найдем теперь функцию Z, воспользовавшись методикой, использованной в [1, 2]. Функция Z удовлетворяет краевой задаче, имеющей в нашем случае вид

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \lambda Z = \mu_0 \gamma \frac{\partial Z}{\partial t}, \qquad -h_2 \leqslant z \leqslant h_1, \\ Z = \frac{1}{\lambda} X, \qquad z = h_1, \\ Z = -\frac{1}{\lambda} X, \qquad z = -h_2, \\ \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial Z}{\partial z} \right] \Bigg|_{z=0} = -X \left[\frac{1}{\gamma} \right] \Bigg|_{z=0} \end{gathered} \tag{23}$$

с нулевым начальным условием.

При вычислении функции Z пользуемся теми же приближениями, что и при вычислении функции X. Для переменной части получим

$$Z^{(i)} \approx (A_0'^{(i)} \cos k_0^{(i)} z + B_0'^{(i)} \sin k_0^{(i)} z) e^{-m_0 t}. \tag{24}$$

Интересующая нас производная

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial z}\right)_{z=0} \approx B_0'^{(1)} k_0^{(1)} e^{-m_0 t}, \tag{25}$$

где

$$B_0'^{(1)} \approx \frac{c_0 \gamma_1}{\lambda s k_0^{(1)}} (2+\lambda h \alpha_5), \tag{26}$$

$$\alpha_5 = \left(-1 + \frac{4}{3}\sigma_1\sigma_2 + \frac{2}{3}\nu_1\sigma_1 + \frac{2}{3}\nu_2\sigma_2 + \frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_1}\nu_2 \right). \tag{27}$$

Наконец, мы можем вычислить производную $\partial^2 Q/\partial x^2$:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2}\cos^2\theta + \frac{\partial Q}{\partial r}\frac{1}{r}\sin^2\theta, \tag{28}$$

где

$$\theta = \arccos\frac{x}{r}. \tag{29}$$

Пользуясь определением функции Q, получим для переменной составляющей $\tilde{Q}$

$$\frac{\partial^2 \tilde{Q}}{\partial x^2} \approx \left[-\frac{2}{s}\left(\frac{\sqrt{r^2+\tau^2}-\tau}{r^2\sqrt{r^2+\tau^2}} - \frac{\tau}{(r^2+\tau^2)^{3/2}}\right) - \frac{h\alpha_6}{s}\frac{2r^2-\tau^2}{(r^2+\tau^2)^{5/2}} \right]\cos^2\theta +$$

$$+ \left[\frac{2}{s}\frac{\sqrt{r^2+\tau^2}-\tau}{r^2\sqrt{r^2+\tau^2}} + \frac{h\alpha_6}{s}\frac{1}{(r^2+\tau^2)^{3/2}} \right]\sin^2\theta, \tag{30}$$

где

$$\alpha_6 = \frac{1}{3}\left[4\nu_1\nu_2(1-\sigma_1\sigma_2) + 4\sigma_1\sigma_2 - \nu_1\sigma_1 - \nu_2\sigma_2 - 1\right]. \tag{31}$$

Подставляя значения вычисленных производных функций Π и Q в (1), получим выражение для переменной составляющей электрического поля E_x в плоскости $z=0$ на больших временах

$$E_x \approx -\frac{M}{4\pi s}\left[\frac{\sqrt{r^2+\tau^2}-\tau}{r^2\sqrt{r^2+\tau^2}} 2\cos 2\theta + \frac{2\tau}{(r^2+\tau^2)^{3/2}}\sin^2\theta + \right.$$

$$\left. + \alpha_6 h\left(-\frac{\sin\theta}{(r^2+\tau^2)^{3/2}} + \frac{2r^2-\tau^2}{(r^2+\tau^2)^{5/2}}\cos^2\theta \right) + 2h\alpha_4\frac{2\tau^2-r^2}{(r^2+\tau^2)^{5/2}} \right], \tag{32}$$

где

$$\alpha_4 = \frac{1}{3}\left[2\nu_1\nu_2(1-\sigma_1\sigma_2) + 2\sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\nu_1 - \nu_2\sigma_2\right]. \tag{33}$$

Выражение (32) состоит из двух членов по порядку малости при $t \longrightarrow \infty$. Первый член

$$E_x^{(1)} = -\frac{M}{4\pi s}\left(\frac{\sqrt{r^2+\tau^2}-\tau}{r^2\sqrt{r^2+\tau^2}} 2\cos 2\theta + \frac{2\tau\sin^2\theta}{(r^2+\tau^2)^{3/2}} \right) \tag{34}$$

представляет собой точное решение ($0 \leqslant t \leqslant \infty$) для переменной составляющей электрического поля в s-плоскости в проекции на ось X.

При $\tau = 2t/\mu_0 s \gg r$ выражение для E_x примет вид:

$$E_x \approx -\frac{M\mu_0^2 s}{16\pi t^2}\left(1 + \frac{\mu_0 h s \alpha_7}{2t}\right), \tag{35}$$

где

$$\alpha_7 = \frac{1}{3}\left[4\nu_1\nu_2(1-\sigma_1\sigma_2) + 4\sigma_1\sigma_2 - 3\nu_1\sigma_1 - 3\nu_2\sigma_2 + 1\right]. \tag{36}$$

Таким образом, в ближней зоне на поздней стадии становления переменное электрическое поле однородно в плоскости $z=0$. Это позволяет получить простое выражение для э. д. с. сигнала в случае, когда в качестве питающего и приемного элементов используются линии конечной длины:

$$\widetilde{\text{э. д. с}} \approx -\frac{Il_1 l_2 \mu_0^2 s}{16\pi t^2}\left(1+\frac{\mu_0 h s \alpha_7}{2t}\right), \tag{37}$$

где I — ток питающей линии, l_1 — длина питающей линии, l_2 — длина приемной линии.

Наконец, в случае, когда мощность одного слоя много меньше мощности другого, как это имеет место в морской электроразведке, получим $(h_1 \longrightarrow 0)$:

$$E_x \approx -\frac{M\mu_0^2 s}{16\pi t^2}\left(1+\frac{\mu_0 h s \alpha_8}{2t}\right), \tag{38}$$

где

$$\alpha_8 = \frac{1}{3}\left(4\sigma_1\sigma_2 - 3\nu_2\sigma_2 + 1\right). \tag{39}$$

Полученные выражения для переменного электрического поля погруженного электрического диполя позволяют заключить, что на поздней стадии становления характер зависимости напряженности поля от времени такой же, как и в случае диполя, расположенного на дневной поверхности. На поздней стадии в ближней зоне поле однородно в плоскости, в которой расположен диполь. Это обстоятельство создает значительные удобства при использовании малоразнесенной приемно-питающей установки.

Научно-производственное объединение
«ЮЖМОРГЕО» НИИ морской
геофизики

Поступила
18 IX 1974

Литература

1. *Тихонов А. Н., Скугаревская О. А.* О становлении электрического тока в неоднородной слоистой среде, II. Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., № 4, 1950.
2. *Скугаревская О. А.* Расчет конечной стадии процесса становления электрического поля в трехслойной среде. Изв. АН СССР. Сер. геофиз., № 1, 1959.
3. *Кауфман А. А., Гольдман М. М.* Нестационарное поле электрического диполя в ближней зоне. Изв. АН СССР. Физика Земли, № 12, 1972.