

УДК 550.837

В. С. МОГИЛАТОВ, А. М. ГЕНДЕЛЬМАН

## ОБ ЭКРАНИРУЮЩЕМ ДЕЙСТВИИ НЕФТИНОЙ ЗАЛЕЖИ ПРИ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ

Обнаружение и исследование газонефтяной залежи методами электроразведки может быть облегчено наличием благоприятных сопутствующих факторов, таких, как специфические изменения электрических свойств вмещающей среды над залежью или образование хорошо проводящего водно-солевого окаймления залежи. Однако такие факторы могут отсутствовать, и необходимо рассмотреть возможности обнаружения и оконтуривания залежи, опираясь на электрические характеристики самой залежи. Эта задача осложнена прежде всего тем, что залежь является слабой геоэлектрической неоднородностью, представляющей тонкое горизонтальное включение с небольшим относительно вышележащей толщи поперечным сопротивлением.

Математическое моделирование для наиболее полного выявления принципиальных возможностей электроразведки на постоянном токе в такой ситуации должно предусматривать строгий учет дневной поверхности и применение различных источников и приемников, включая и погруженные. Для случая источников (точечного, вертикального электрического диполя и вертикальной линии), расположенных на оси диска, моделирующего залежь (осесимметричная задача), вопрос рассматривался в работе [1]. Выявлено существенное и благоприятное влияние непроводящего основания разреза для определения края залежи.

С учетом сказанного в данной работе предлагается алгоритм расчета аномального поля тонкого горизонтального пласта с переменным по радиусу поперечным сопротивлением, включенным в двухслойный разрез с непроводящим основанием. Источник — произвольно расположенный, точечный или линия, произвольно ориентированная в вертикальной плоскости, проходящей через ось симметрии среды.

Рассматривается двухслойный разрез (рис. 1), включающий бесконечно тонкий слой с поперечным сопротивлением  $T$ , зависящим только от  $r$ . В принятой здесь цилиндрической системе координат с осью  $z$ , направленной вверх и совпадающей с осью симметрии среды, положение дневной поверхности определяется величиной  $z=h_1$ , опорного горизонта —  $z=-h_2$ , а точка  $z=0$  находится на  $T$ -плоскости. Точечный источник (ток  $I$ ) помещен в точку  $M$  с координатами  $r=r_0$ ,  $\varphi=0$ ,  $z=z_0$ . Удельное сопротивление вмещающего слоя  $\rho$ .

Постановка задачи состоит в следующем. Для скалярного потенциала  $U$ , определяемого как

$$\mathbf{E} = \text{grad } U, \quad (1)$$

имеем условия ( $-h_2 \leq z \leq h_1$ ,  $0 \leq r \leq \infty$ ):

$$\Delta U = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2, \quad h_1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial z} = \frac{\partial U_2}{\partial z}, \quad U_1 - U_2 = \frac{T(r)}{\rho} \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (4)$$

$$U \rightarrow \frac{I\rho}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{(z-z_0)^2 + R^2}} \quad (5)$$

при  $r \rightarrow r_0$ ,  $\varphi \rightarrow 0$ ,  $z \rightarrow z_0$ , где  $R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \varphi}$ .

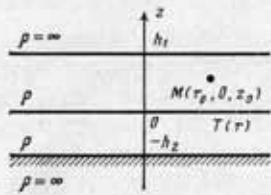


Рис. 1. Модель и система координат

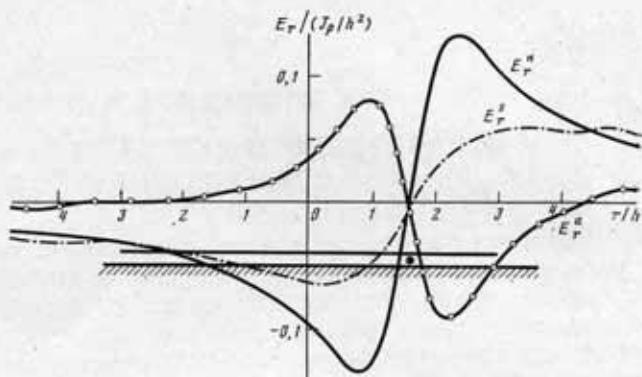


Рис. 2. Пример расчета

Решение этой задачи получим, разделяя переменные в уравнении  $\Delta U=0$  и учитывая симметрию потенциала по  $\varphi$

$$U = \frac{I\rho}{4\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \cos(k\varphi) \int_0^{\infty} J_k(mr) Z(m, z) dm. \quad (6)$$

Уточним вид решения, воспользовавшись соотношением

$$\frac{1}{\sqrt{(z-z_0)^2 + R^2}} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cos(k\varphi) \int_0^{\infty} J_k(mr) J_k(mr_0) \exp(-m|z-z_0|) dm, \quad (7)$$

где  $\alpha_0=1$ ,  $\alpha_k=2$  при  $k>1$ .

Так что потенциал ищем в виде

$$U = \frac{I\rho}{4\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cos(k\varphi) \int_0^{\infty} J_k(mr) J_k(mr_0) X_k(m, z) dm. \quad (8)$$

Тогда условия (2), (3), (4), (5) для потенциала  $U$  трансформируются в условия для функций  $X_k$ :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} X_k - m^2 X_k = 0, \quad -h_2 \leq z \leq h_1, \quad (9)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2, h_1; \quad (10)$$

при  $z=0$

$$\frac{\partial X_k^{(1)}}{\partial z} = -\frac{\partial X_k^{(2)}}{\partial z},$$

$$\int_0^\infty J_h(mr) J_h(mr_0) (X_h^{(1)} - X_h^{(2)}) dm = \frac{T(r)}{\rho} \int_0^\infty J_h(mr) J_h(mr_0) \frac{\partial X_h}{\partial z} dm, \quad (11)$$

при  $z=z_0$

$$X_h^{(1)} = X_h^{(2)}, \quad \frac{\partial X_h^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial X_h^{(2)}}{\partial z} = -2m. \quad (12)$$

Последнее соотношение обеспечивает условие в источнике для потенциала.

Представим потенциал в виде суммы нормальной и аномальной частей, причем нормальным будем называть поле при  $T(r)=0$ :

$$U = U^n + U^a. \quad (13)$$

Соответственно задача для функции  $X_h$  разделяется на две. Для  $X^n$  имеем

$$\frac{\partial^2 X^n}{\partial z^2} - m^2 X^n = 0, \quad -h_2 \leq z \leq h_1; \quad (14)$$

$$\frac{\partial X^n}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2, h_1; \quad (15)$$

при  $z=z_0$

$$(X^n)^{(1)} = (X^n)^{(2)}, \quad \left( \frac{\partial X^n}{\partial z} \right)^{(1)} - \left( \frac{\partial X^n}{\partial z} \right)^{(2)} = -2m. \quad (16)$$

Решение этой задачи таково:

$$X^n = 2 \frac{\operatorname{ch}[m(h_1-z)] \operatorname{ch}[m(h_2+z)]}{\operatorname{sh}[m(h_1+h_2)]}, \quad z \geq z_0, \quad (17)$$

$$X^n = 2 \frac{\operatorname{ch}[m(h_2+z)] \operatorname{ch}[m(h_1-z_0)]}{\operatorname{sh}[m(h_1+h_2)]}, \quad z \leq z_0. \quad (18)$$

Поставим задачу для аномальной части функции  $X_h$ , совершив преобразование Бесселя интегрального условия (11) на  $T$ -плоскости. Получим, что

$$J_h(mr_0) [(X_h^n)^{(1)} - (X_h^n)^{(2)}] = \frac{1}{\rho} m \int_0^\infty J_h(m'r_0) \times \\ \times \left[ \frac{\partial X_h^n}{\partial z} + \frac{\partial X_h^n}{\partial z} \right] \left\{ \int_0^\infty J_h(m'r) J_h(mr) r T(r) dr \right\} dm'. \quad (19)$$

Рассмотрим случай, когда  $T(r)=T_0$  при  $r \leq R_0$  и  $T(r)=0$  при  $r > R_0$ , т. е. аномальным объектом является диск радиуса  $R_0$  с постоянным поперечным сопротивлением  $T_0$ . Интеграл в фигурных скобках легко вычисляется, и получаем следующую задачу для функции  $F_h = J_h(mr_0) X_h^n$ :

$$\frac{\partial^2 F_h}{\partial z^2} - m^2 F_h = 0, \quad -h_2 \leq z \leq h_1; \quad (20)$$

$$\frac{\partial F_h}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2, h_1; \quad (21)$$

при  $z=0$

$$\frac{\partial F_k^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial F_k^{(2)}}{\partial z},$$

$$F_k^{(1)} - F_k^{(2)} = \frac{1}{\rho} T_0 R_0 m \int_0^\infty \left( \frac{\partial F_k^n}{\partial z} + \frac{\partial F_k}{\partial z} \right) \Psi_k^{\tau} dm', \quad (22)$$

где

$$\Psi_k^{\tau} = \frac{m' J_k(mR_0) J_{k-1}(m'R_0) - m J_{k-1}(mR_0) J_k(m'R_0)}{m^2 - m'^2}, \quad (23)$$

$$F_k^n = X^n J_k(mr_0). \quad (24)$$

Ищем решение в виде

$$F_k^{(i)} = a_k^{(i)} \exp(-mz) + b_k^{(i)} \exp(mz), \quad i=1, 2. \quad (25)$$

Условия (21), (22) дают линейную интегроалгебраическую систему уравнений для коэффициентов  $a_k^{(i)}, b_k^{(i)}$ . Решая, получим

$$F_k^{(2)} = -\frac{\partial F_k(0)}{\partial z} \frac{1}{m} \frac{\operatorname{ch}[m(h_1-z)]}{\operatorname{sh}(mh_1)}, \quad (26)$$

где  $z \geq 0$ , а  $\frac{\partial F_k(0)}{\partial z}$  — как функция  $m$  — решение интегрального уравнения

$$\frac{\partial F_k(0)}{\partial z} = m^2 \frac{\operatorname{sh}(mh_1)\operatorname{sh}(mh_2)}{\operatorname{sh}[m(h_1+h_2)]} \frac{T_0 R_0}{\rho} \int_0^\infty \Psi_k^{\tau} \left( \frac{\partial F_k(0)}{\partial z} - \frac{\partial F_k^n(0)}{\partial z} \right) dm', \quad (27)$$

где

$$\frac{\partial F_k^n(0)}{\partial z} = \frac{2J_k(mr_0)}{\operatorname{sh}[m(h_1+h_2)]} \begin{cases} \operatorname{sh}(mh_2)\operatorname{ch}[m(h_1-z_0)], & z_0 \geq 0, \\ -\operatorname{sh}(mh_1)\operatorname{ch}[m(h_2+z_0)], & z_0 \leq 0. \end{cases} \quad (28)$$

И наконец,

$$U^n = \frac{I\rho}{4\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cos(k\varphi) \int_0^\infty J_k(mr) F_k^n dm, \quad (29)$$

$$U^a = \frac{I\rho}{4\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cos(k\varphi) \int_0^\infty J_k(mr) F_k^a dm. \quad (30)$$

Таким образом, алгоритм расчета аномальной части потенциала состоит в вычислении некоторого числа членов ряда (30) (практически  $k \leq 5$ ). Вычисление члена ряда сводится к решению интегрального уравнения (27), в результате чего получаем  $\partial F_k^n / \partial z$  при  $z=0$  как функцию от переменной  $m$ . По формуле (26) находим значения  $F_k^a$  для произвольного значения  $z$ . Последующее интегрирование дает значение  $k$ -го члена ряда.

Заметим, что информация о положении источника содержится только в функции  $\partial F_k^n / \partial z$ . Подставляя в интегральное уравнение вместо  $\partial F_k^n / \partial z$  разность этой функции при различных  $r_0$  и  $z_0$ , получим решение для линии с произвольным наклоном (от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  по отношению к дневной поверхности) в вертикальной плоскости, проходящей через ось  $z$ .

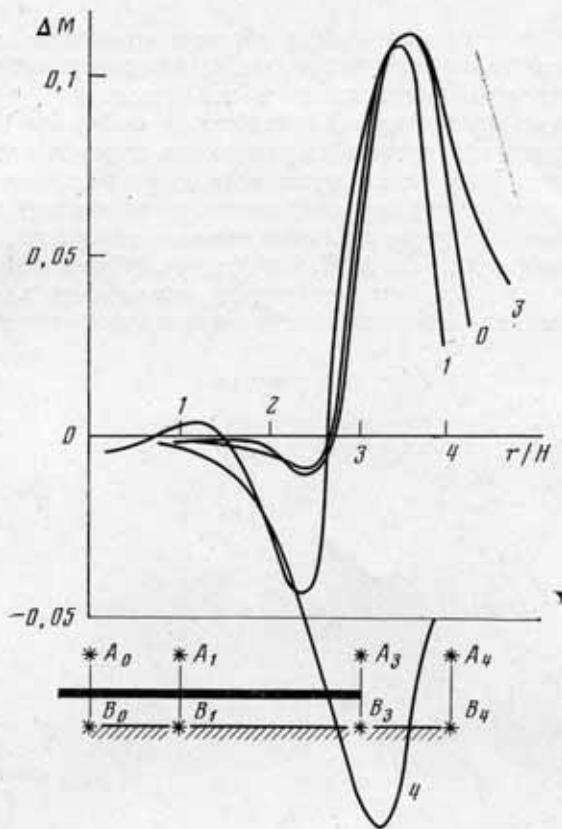


Рис. 3. Вертикальная электрическая линия  
 $\Delta M \sim d/dr(E_r^S/E_r^H)$ , ( $T = \rho H$ )

Описанный алгоритм реализован в программе для БЭСМ-6, причем в значительной мере использовались отлаженные процедуры программы для осесимметричной задачи.

В качестве примера приведем результаты расчета для следующей модели (рис. 2): в двухслойный разрез с изолирующим основанием и мощностью  $H$ , с удельным сопротивлением  $\rho$  на глубине  $0,8 H$  включен диск радиусом  $R_0=3 H$  и поперечным сопротивлением  $T_0=5\rho H$ . Точечный источник помещен под диск на глубине  $0,9 H$  и смещен от центра диска на  $1,6 H$ . На рис. 2 представлены кривые градиента нормального, аномального и суммарного полей. Хорошо проявивший себя эффект экранирования позволяет по наблюденному на дневной поверхности полю определить положение края диска. Однако реальные значения поперечного сопротивления, характеризующие залежь, много меньше, чем в приведенном примере, и визуальное определение ее края не представляется возможным. Как это показано в [1], необходим тщательный выбор приемно-питающей установки и применение соответствующих трансформаций наблюденных кривых. Поскольку залежь, по крайней мере в используемой здесь модели, характеризуется поперечным сопротивлением, то наиболее ярко она как геоэлектрический объект проявляет себя в поперечно направленном электрическом поле. Такое поле создает вертикальная электрическая линия, заземленная в скважине над и под залежью (рис. 3). Расчеты показывают, что аномальное поле залежи с небольшими значениями  $T_0$  ( $T_0 \leq \rho H$ ) от точечного источника экспоненциально мало по сравнению с нормальным, тогда как аномальное поле от вертикальной линии вносит определяющий вклад в суммарное. Следует только иметь в виду, что для того, чтобы

это аномальное поле существенным образом содержало информацию не только о поперечном сопротивлении, но и о протяженности залежи, необходимо значительно разносить линию по вертикали.

Таким образом, предлагаемый алгоритм (и программа) позволяет оценить возможности и эффективность различных приемно-питающих установок на постоянном токе, как погруженных, так и на дневной поверхности, при обнаружении и оконтуривании залежи, размещенной в полупространстве или в двухслойной среде с изолирующим основанием.

Авторы признательны Л. А. Табаровскому, обратившему внимание на использованную в работе легкодоступную возможность развития имевшегося осесимметричного варианта задачи в квазиосесимметричный.

#### Литература

1. Могилатов В. С. Математическое моделирование задач наземноскважинной электrorазведки.— Геология и геофизика, 1983, № 3.

Министерство геологии СССР  
СибНИИ геологии, геофизики  
и минерального сырья

Поступила в редакцию  
29.IX.1983