

УДК 550.837

## ОПЕРАТИВНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПОДХОДА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЯХ СТАНОВЛЕНИЕМ ПОЛЯ

В.С. Могилатов<sup>1</sup>, А.В. Злобинский<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. 630090, Россия, г. Новосибирск, пр-т Академика Коптюга, д. 3; Новосибирский государственный университет. 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2; e-mail: mvecs@ya.ru

<sup>2</sup> ООО «Научно-техническая компания ЗаВеТ-ГЕО». 630102, Россия, г. Новосибирск, ул. Восход, д. 26/1, оф. 56; e-mail: ZlobinskyAV@newmail.ru

**Аннотация.** Авторы дополняют предыдущую публикацию, посвященную современному универсальному математическому обеспечению зондирований становлением (ЗС) поля при одномерном подходе. Одномерный подход все еще остается основной методикой интерпретации данных ЗС. Но разумеется, давно уже назрела необходимость не одномерного подхода. Эта проблема в ЗС решается не просто. Прямая трехмерная задача для зондирований становлением является все еще труднодоступной для электро-разведчиков. Это высокотехнологичный математический продукт, требующий весьма квалифицированного обслуживания, обычно даже авторского сопровождения и больших вычислительных ресурсов. Еще большей проблемой является отсутствие общепризнанного подхода к решению трехмерной обратной задачи. В статье развивается подход, который состоит в прямой инверсии (без явного решения прямой задачи) большого количества данных на основе приближенного линеаризованного представления прямой задачи. Такая процедура легко укладывается в рамки томографической инверсии. Нельзя сказать, что такой подход нов. Авторы и сами предлагали это довольно давно. В данной публикации излагаются некоторые новые результаты исследований в этом направлении. Так, например, реализована быстрая процедура решения прямой трехмерной задачи в составе известной системы «Подбор», а также создан пакет программ для трехмерной томографической инверсии данных площадных работ ЗСБ. Линеаризованный томографический подход обещает создание крайне оперативного, общедоступного и легко тиражируемого математического аппарата трехмерной инверсии, что поможет сделать 3D-электроразведку контролируемым стандартным производственным методом.

**Ключевые слова.** Зондирования становлением, трехмерная прямая задача, трехмерная инверсия, электромагнитная томография, система «Подбор».

## OPERATIVE SOFTWARE FOR THE THREE-DIMENSIONAL APPROACH IN TRANSIENT ELECTROMAGNETIC METHOD (TEM)

V.S. Mogilatov<sup>1</sup>, A.V. Zlobinskiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Koptyug ave., 3, Novosibirsk, Russia, 630090; Novosibirsk State University. Pirogova str., 2. Novosibirsk, Russia, 630090; e-mail: mvecs@ya.ru

<sup>2</sup> ZaVeT-GEO ltd. Voskhod str., 26/1, office 56, Novosibirsk, Russia, 630102; e-mail: ZlobinskyAV@newmail.ru

**Abstract.** The authors supplement the previous publication devoted to the one-dimensional universal modern mathematical support of the transient method (TEM). The one-dimensional approach still remains the main technique for interpreting the TEM data. But, of course, the need of multidimensional approach is long overdue. This problem is not simple. The forward three-dimensional problem in TEM is still difficult to access for professionals in electrical prospecting. A bigger problem is the lack of universally accepted approach to solving three-dimensional inverse problem. This article develops the approach, which consists of direct inversion (without an explicit solution of the forward problem) large amounts of data on the basis the approximate linearized representation of the forward problem. Not to say that this approach is new. The authors themselves suggested it a long time ago. This publication presents some new results in this direction. So, for example, implemented operational forward three-dimensional problem in the consisting of the famous system Podbor, and also created a software package for three-dimensional tomographic inversion of the data of areal works by TEM. Linearized tomographic approach promises the creation of extremely operational, public and easily replicable mathematical apparatus of three-dimensional inversion that will help to make 3D electrical exploration the controlled standard production method.

**Key words.** TEM, 3D modelling, 3D data, tomographic inversion.

**ВВЕДЕНИЕ.** Авторы ранее уже приложили много усилий для создания математического обеспечения электромагнитных зондирований становлением поля (ЗС). Сошлемся здесь на широко применяемую с начала 1990-х годов систему интерпретации для зондирований в ближней зоне (ЗСБ) – систему «Подбор» [3]. Новое универсальное обеспечение в случае слоистых (одномерных) сред для широкого круга методик ЗС представлено в недавней работе [4]. Между тем давно уже назрела необходимость не одномерного подхода при интерпретации данных ЗС. Прямая трехмерная задача для электромагнит-

ных зондирований становлением поля является все еще малодоступной для широкого круга геоэлектриков. Это высокотехнологичный математический продукт, требующий весьма квалифицированного обслуживания, обычно даже авторского сопровождения и больших вычислительных ресурсов. Опасаемся, что геоэлектрические исследования с массовым привлечением такого трехмерного моделирования еще долго будут носить уникальный характер и такие исследования нельзя квалифицировать как метод электроразведки в геофизическом производственном смысле. Особенно заметно отсутствие

общепризнанного подхода к решению трехмерной обратной задачи. Конечно, очевидный путь, который состоит в использовании процедуры решения прямой трехмерной задачи для подбора определенным образом параметризованной трехмерной неоднородности, мало устраивает электроразведчиков из-за медлительности такого процесса.

В статье предлагается подход, который состоит в прямой инверсии (без явного решения прямой задачи) большого количества данных на основе приближенного линейризованного представления прямой задачи. Такая процедура легко укладывается в рамки томографической инверсии. Этот подход не нов, и авторы статьи предлагали его еще в 2000 году [5], а за последние годы регулярно появляются работы в этом направлении [2, 6]. Мы постепенно реализовывали этот подход в виде прямой трехмерной задачи в составе известной системы «Подбор», а также в виде пакета программ для трехмерной томографической инверсии данных площадных работ методом ЗСБ, что поможет сделать 3D-электроразведку контролируемым стандартным производственным геофизическим методом.

### Борновское приближение

Одномерная кусочно-однородная среда – до сих пор основная интерпретационная модель в геоэлектромагнитных исследованиях, в особенности в методах становления с контролируемым источником. За основу берется модель среды, описываемая лишь одномерной кусочно-постоянной функцией  $\sigma_0(z)$  с магнитной проницаемостью, равной проницаемости вакуума. Базовая модель подразумевает квазистационарный, чисто электродинамический процесс, и в целом можно говорить о базовой задаче, решение которой имеет известные интегральные представления для любого переменного и распределенного источника [3]. Если рассмотреть теперь возмущающий фактор как дополнительный сторонний ток в базовой задаче, конкретно в первом уравнении Максвелла, то можно получить алгоритм для расчетов аномального поля при возмущениях самого разного рода. Метод возмущений давно и широко применяется в физике в разных областях и наиболее известность получил в виде приближения Борна. В геофизике этот подход давно применяется [2], и авторы статьи описывали практические результаты его использования в начале 2000-х годов [5].

Построим подобный алгоритм для петлевого варианта зондирования в ближней зоне (ЗСБ). Итак, источник – токовая петля с током  $I$ , радиуса  $a$  с центром в точке  $S(x_0, y_0)$  на дневной поверхности (для определенности). В этом случае электрическое поле имеет только компоненту  $E_\phi$  в одномерной слоистой среде, и решение можно представить как

$$E_\phi^0(x, y, z, S, \omega) = I \cdot e(x, y, z, S, \omega). \quad (1)$$

Пусть имеется некоторое возмущение проводимости  $\Delta\sigma$  в области  $V(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ . В этой области первое уравнение Максвелла есть:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma_0 \cdot \mathbf{E} + \Delta\sigma \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\sigma_0$  представляет одномерную среду. Будем рассматривать  $\Delta\sigma \cdot \mathbf{E}$  как дополнительный источник в 1D-среде. Область возмущения можно представить совокупностью электрических диполей с моментами  $d\mathbf{l} = \Delta\sigma \cdot E_\phi^0 \cdot d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}$ , где  $E_\phi^0$  – нормальное (не возмущенное) поле, которым мы заменяем полное поле. Замена полного поля нормальным как раз и дает приближенное линейризованное решение. Мы также можем использовать в данном случае то обстоятельство, что задача симметрична относительно источника и приемника (петлевого). На рис. 1 проиллюстрирована эта схема генерации аномального отклика возмущения  $\Delta\sigma$  проводимости в прямоугольной области  $V$ . Итак, полагая, что возмущение  $\Delta\sigma$  в области  $V$  в целом слабо повлияет на процесс становления, мы получим полный сигнал в приемной петле с центром в точке  $R(x, y)$  на дневной поверхности в виде:

$$E(R, S, \omega) = E^0(R, S, \omega) + I \cdot \Delta\sigma \cdot \iiint_V e(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, S, \omega) e(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, R, \omega) \phi d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}. \quad (3)$$

Рассмотрим формулы (1) и (3) более подробно. Итак, как известно (например, [3]),

$$E_\phi^0(r, z, \omega) = -i\omega\mu_0 \cdot I \cdot a \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) \lambda X(\lambda, \omega, z) d\lambda, \quad (4)$$

где  $J_1$  – функция Бесселя,  $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ ,  $a$  – радиус питающей петли,  $X$  – решение одномерной задачи в области пространственных гармоник. Аномальное поле теперь вместо (3) представится в виде

$$\Delta E(R, S, \omega) = \Delta\sigma \cdot (i\omega\mu_0)^2 Iab \int_0^\infty \int_0^\infty T(\lambda, \lambda') \lambda \lambda' Z(\lambda, \lambda', \omega) d\lambda' d\lambda, \quad (5)$$

где

$$Z(\lambda, \lambda', \omega) = \int_{z_1}^{z_2} X(\lambda, \omega, \bar{z}) X(\lambda', \omega, \bar{z}) d\bar{z} = \left[ \frac{X'_z(\lambda) X(\lambda') - X(\lambda) X'_z(\lambda')}{\lambda^2 - \lambda'^2} \right]_{z_1}^{z_2} \\ T(\lambda, \lambda') = J_1(\lambda a) J_1(\lambda' b) \cdot \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \phi(S, R, \bar{x}, \bar{y}) J_1(\lambda r_1) J_1(\lambda' r_2) d\bar{x}d\bar{y}$$

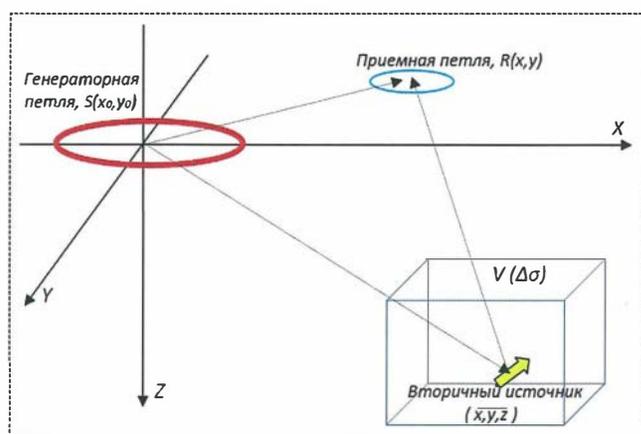


Рис. 1

Схема генерации аномального отклика возмущения  $\Delta\sigma$  проводимости в прямоугольной области  $V$  (вторичные источники)

$$r_1 = \sqrt{(\bar{x} - x_0)^2 + (\bar{y} - y_0)^2},$$

$$r_2 = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2}.$$

$b$  – радиус приемной петли,  $x_i, y_i, z_i$  – границы прямоугольного объекта,  $\phi$  – геометрический фактор, учитывающий взаимное расположение источника, приемника и объекта (угловой коэффициент). Мы здесь воспользовались свойствами функции  $X$  как решения граничной задачи [3]. Следует еще рассмотреть  $Z$  при  $\lambda = \lambda'$ . Во временной области решение получается преобразованием Фурье выражений (4)–(5).

$$F(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{-i\omega} f(x, y, z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (6)$$

Этот алгоритм был реализован в программе. При написании кодов (на языке фортран) учитывалось, что функция (интеграл)  $T$  не зависит от частоты и рассчитывается один раз, а при вычислении матрицы значений  $Z(\lambda, \lambda')$  используются заранее рассчитанные векторы  $X(\lambda), X'_z(\lambda)$ . В целом можно сказать,

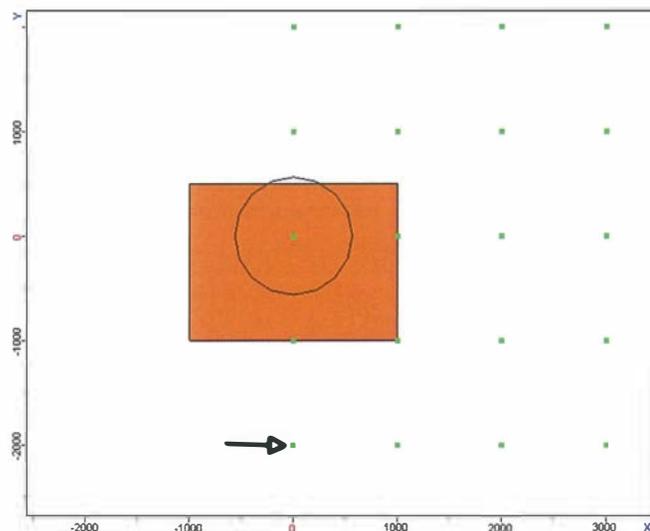


Рис. 2

Геозлектрическая модель для тестирования программы

что при создании алгоритма расчета приближенного отклика от трехмерной среды использовались алгоритмы и элементы полуаналитического «одномерного» математического аппарата. В результате написана и отлажена процедура MAG3D расчета аномального сигнала от локального прямоугольного объекта. Процедура в виде dll-модуля может быть внедрена в любую систему обработки данных ЗСБ.

**Тесты**

Основное тестирование процедуры MAG3D заключалось в сравнении с точными трехмерными расчетами методом конечных элементов (МКЭ [6]). На рис. 2 представлена одна из использованных геоэлектрических моделей.

Вмещающая среда двухслойная ( $\rho_1 = 100$  Ом·м,  $h_1 = 1000$  м,  $\rho_2 = 1000$  Ом·м). Объект по оси X от -1000 до 1000 м, по Y от -1000 до 500 м, по Z от -600 до -300 м, удельное электрическое сопротивление (УЭС) объекта  $\rho_o = 50$  Ом·м (объект проводящий). Петля с радиусом 564 м, с центром в точке (0, 0 м), ток 1 А. 20 приемников с единичным моментом расположены, как показано на рис. 2.

Итак, представим для сравнения кривые становления поля в приемнике, указанном стрелкой на рис. 2, с координатами (0, -2000). На рис. 3, а суммарные поля, рассчитанные методом конечных элементов (МКЭ) и по построенному выше алгоритму борновского приближения, практически совпадают. Этот результат, конечно, выглядит вполне удовлетворительно. Однако на рис. 3, а приведена также кривая становления для вмещающей среды – нормальный сигнал. Видно, что влияние неоднородности небольшое, что показывает низкую эффективность метода ЗСБ при исследовании латеральных неоднородностей. На рис. 3, б приведено сравнение аномальных полей, и оно подтверждает работоспособность борновского приближения. Для модели, представленной на рис. 2, расчеты для других точек измерения и при другом положении источника также показывают хорошее согласие используемого приближения с результатами МКЭ.

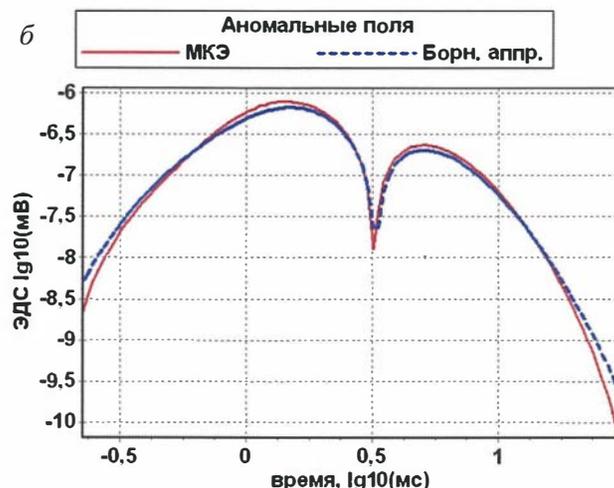
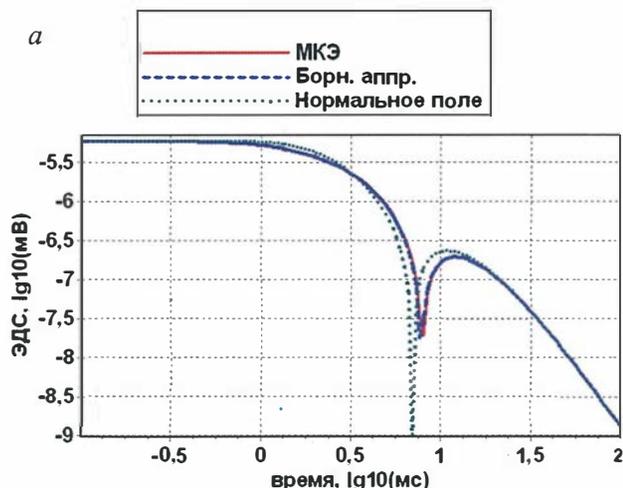


Рис. 3

Сравнение результатов MAG3D и МКЭ в точке (0, -2000). Суммарные и аномальные поля

**Трехмерная процедура в системе «Подбор-5»**

Процедура решения прямой трехмерной задачи на основе борновского приближения описана авторами в 2007 году и входит в состав последней версии системы «Подбор», известного математического обеспечения для ЗСБ [3]. Интересно, что приближенная трехмерная прямая задача уже появлялась (с 1995 года) в составе комплекса «Подбор», который функционировал тогда еще в системе DOS. Однако эта программа (Fast3D) так и не была востребована, насколько мы знаем. Впрочем, и возможности программы были весьма ограниченными по части формы неоднородности и приемляемой приемно-питающей установки (только осесимметричные петли).

На рис. 4 и 5 представлены элементы интерфейса системы «Подбор-5». Для демонстрации мы возьмем тот же пример, который использовался выше при тестировании (только петля теперь квадратная).

Появление оперативной процедуры трехмерного моделирования в составе системы «Подбор» софта для ЗСБ можно считать важным, знаковым событием с точки зрения развития трехмерной электроразведки.

**Трехмерный подход 3D в условиях поляризующейся среды**

Когда говорят о трехмерном подходе, о трехмерной интерпретации, то обычно имеется в виду трехмерная структура распределения удельного сопро-

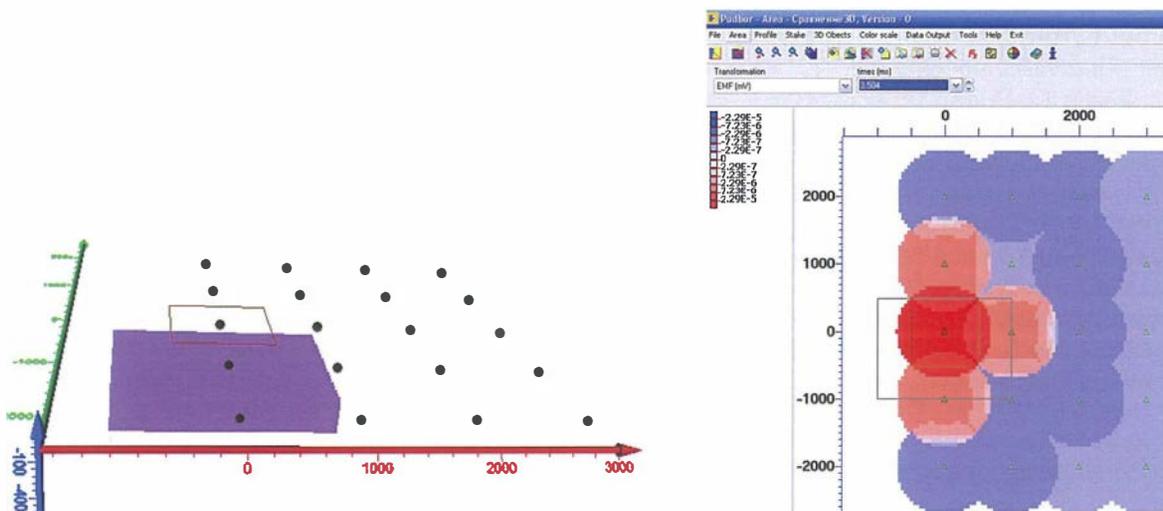


Рис. 4  
Неоднородность, источник и система наблюдений, а также площадное отображение отклика

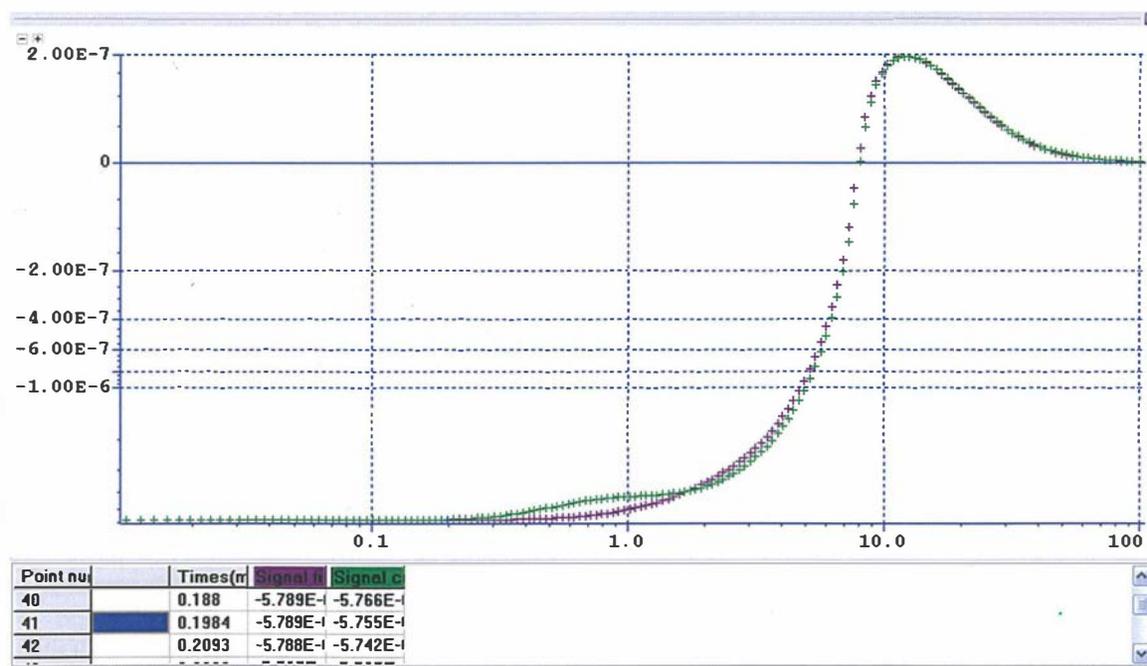


Рис. 5  
Сравнение точного расчета (в качестве полевой кривой) и расчета по программе MAG3D (зеленая) в интерфейсе системы «Подбор-5» (точка X = 0, Y = -2000 м)

тивления. Однако все чаще в электроразведке сталкиваются с осложнениями в отклике среды в виде вклада поляризационных процессов. Как известно, общепринятый подход к описанию вызванной поляризации (ВП) состоит в придании частотных зависимостей (дисперсии) сопротивления по модели Cole-Cole [9]. Таким образом, существует необходимость в соответствующей трехмерной постановке. Впрочем, приведенный выше алгоритм позволяет легко обобщить его применение и на случай частотно зависимых сопротивлений вмещающей среды и включения. Мы полагаем, применяя модель Cole-Cole, что

$$\rho(\omega) = \rho_0 \cdot \left[ 1 - \eta \cdot \frac{(i\omega\tau)^c}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \quad (7)$$

Таким образом, для учета процессов вызванной поляризации нужно для каждого поляризующегося слоя и для объекта-включения ввести четыре параметра –  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $\tau$  и  $C$ . В конечном итоге мы получим возможность оперативного расчета переходных сигналов в трехмерной поляризующейся среде. Это решение для трехмерной ситуации будет обладать той же степенью корректности в смысле учета ВП, как и решения для одномерной среды, давно используемые в геоэлектрике (например, [1]).

Для демонстрации используем модель среды и систему измерений, как на рис. 6. Здесь представлен эпизод моделирования сигналов морской при-

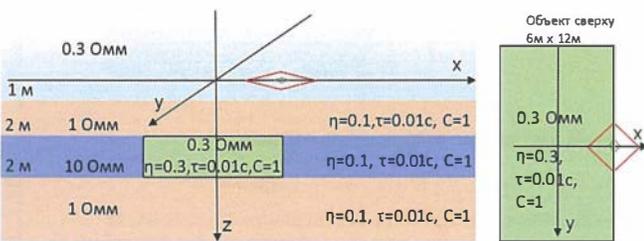


Рис. 6

Модель и точка зондирования соосной установкой

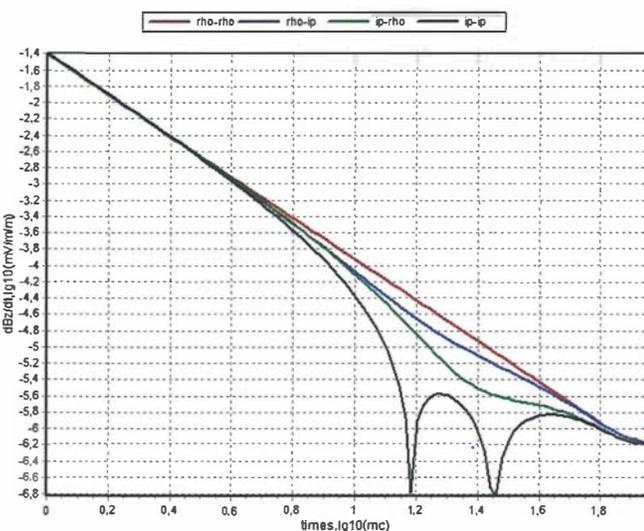


Рис. 7

Кривые становления ( $x = 3$  м,  $y = 0$ )

донной электроразведки ЗС в поляризующейся (кроме морской воды) среде. Объект имеет собственные параметры проводимости и вызванной поляризации. На рис. 7 приводим расчеты в виде кривых переходного сигнала от соосной установки, расположенной, как показано на рис. 6. Обращает на себя внимание резкое увеличение влияния ВП в случае, когда поляризующимися являются одновременно вмещающая среда и объект (черная кривая с переходами через 0). Мы должны снова пояснить, что мы не смогли прямо сравнить эти расчеты с диспергирующими сопротивлениями с расчетами по каким-либо независимым программам. Мы, как показано выше, протестировали алгоритм для неполяризующихся сред, а затем ввели зависимость сопротивлений от частоты, как это делается в одномерном случае.

### Линейная инверсия и томографический подход

Линеаризованное решение прямой задачи, предлагаемое формулой (3), позволяет, в принципе, удивительно просто решить и обратную задачу, если речь идет о небольших возмущениях проводимости в известной вмещающей одномерной среде. Наше приближение означает пренебрежение взаимодействием отдельных возмущений между собой, и мы можем составить линейную систему, связывающую полевые данные и неизвестные возмущения проводимости в некотором количестве пространственных элементов обследуемой области среды. Добавив к этому характерный подход к описанию среды и способы представления результатов инверсии, мы можем претендовать в целом на томографический подход к решению обратной задачи. Впрочем, томографический подход, несколько различным образом понимаемый в различных методах, давно провозглашается в геоэлектрике.

Томографическая инверсия есть один из способов решения обратной задачи. Здесь есть внешняя сторона, состоящая в том, что от томографической инверсии ждут весьма оперативного результата в виде некоторых изображений среды (объемных или разрезов). Это достигается за счет известных упрощений. Для томографической инверсии характерно использование приближенного, обычно линеаризованного, решения прямой задачи. Такая постановка проблемы предусматривает привлечение эффективного аппарата линейной инверсии. Приближение (линеаризация) может сопровождаться и упрощениями модели физического процесса. Характерным для томографического подхода является также приближенное, но достаточно подробное и универсальное описание среды (или возмущения некоторого параметра среды) как совокупности стандартных, однородных внутри элементов.

Таким образом, развиваемый подход основывается на следующих положениях:

1. Область возмущения состоит из множества стандартных элементов;
2. Строится линеаризованное решение многомерной прямой задачи в окрестности простой (одномерной или даже однородной) референтной модели;

3. Инверсия заключается в обращении линейной системы, связывающей экспериментальные данные и возмущения геоэлектрических параметров относительно референтной среды;

4. Структура среды восстанавливается по полученному пространственному распределению параметров (например, электропроводности). Получается трехмерный образ среды, который можно изучать в различных сечениях.

Такой подход и такое определение томографической инверсии в рамках ЗС были предложены нами еще в 2000 году [5] и не вызвали особых возражений. Однако и тогда и теперь мы не претендуем на некий абсолют, также и не видим какого-то другого универсального определения. Напротив, есть тенденция в разных методах геоэлектрики определять томографический подход различным образом. Например, т.н. электротомография на постоянном токе имеет не много общего с межскважинной томографией в частотном режиме и с нашим подходом тоже.

Центральным, но не единственным пунктом в приведенной схеме является эффективное решение прямой задачи в приближенном, линейаризованном представлении. Совокупность экспериментальных наблюдений, полученных при различных условиях (время регистрации, положение источника, точка наблюдения), необходимо соотнести с соответствующими линейаризованными представлениями, в результате чего получается линейная система для определения некоторой совокупности кусочно-постоянных возмущений проводимости. Итак,

$$\begin{aligned}
 E(t_1) &= E^0(t_1) + I_0 \cdot \sum_{j=1}^K \Delta\sigma_j \cdot G_j(t_1), \\
 E(t_2) &= E^0(t_2) + I_0 \cdot \sum_{j=1}^K \Delta\sigma_j \cdot G_j(t_2), \\
 &\dots\dots\dots \\
 E(t_i) &= E^0(t_i) + I_0 \cdot \sum_{j=1}^K \Delta\sigma_j \cdot G_j(t_i), \\
 &\dots\dots\dots \\
 E(t_N) &= E^0(t_N) + I_0 \cdot \sum_{j=1}^K \Delta\sigma_j \cdot G_j(t_N),
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где  $E^0$  – переходной сигнал вмещающей одномерной среды,  $K$  – количество стандартных объемных элементов (ячейки томографической сетки), на которое мы разбили исследуемую часть среды,  $\Delta\sigma_j$  – возмущение проводимости в  $j$ -ом элементе по отношению ко вмещающей среде,  $G_j(t_i)$  – коэффициенты линейаризованного представления (определенного выше) прямой задачи, а  $N$  – количество измерений.

Понятно, что, приняв во внимание хотя бы ошибки в экспериментальных данных, нужно использовать большее число данных, нежели число неизвестных. Для обращения системы мы использовали стандартный алгоритм, позволяющий находить общее решение переопределенной системы уравнений, основанный на методе наименьших квадратов и разложении по сингулярным числам [9].

На обращении системы (8) сказывается некорректность решения обратной задачи. Оно весьма неустойчиво, неоднозначно и нуждается в дополнительных регуляризациях. Мы ограничиваем множество решений решением с минимальной нормой, т.е находим «гладкое» решение, что соответствует более или менее гладкому реальному распределению возмущения проводимости. Пользователь может рассмотреть разные возможные варианты, меняя количество используемых сингулярных чисел.

Описанная выше технология реализована в виде пакета программ. Для демонстрации томографической инверсии используем синтетические данные – трехмерные расчеты методом конечных элементов, сделанные М.Г. Персовой. Используем ту же модель, что и выше (рис. 2). Только теперь берем данные (кривые становления) от двух генераторных петель с радиусами 564 м (соответствует квадратному контуру 1000 x 1000 м), с координатами центров (0, 0) и (0, -1500 м). От каждого из них регистрируется переходный процесс в отдельной системе приемников в 20 точках. Всего, таким образом, имеется 40 кривых становления. Напомним, неоднородность с размерами 2000 x 1500 x 300 м, с УЭС 50 Ом·м помещена в двухслойный вмещающий разрез. Кровля неоднородности находится на глубине 300 м. На рис. 8 показан пример кривых становления (нормальной и суммарной) в точке  $X = 2000$  м,  $Y = -1000$  м от первой генераторной петли (рис. 9). Это расчетные кривые, и они «длинные» (166 времен), с излишними начальной и поздней стадиями, в которых влияние неоднородности отсутствует. К недостаткам материала следует отнести довольно слабое различие в двух положениях источника и наличие больших разносов ( $> 4$  км), где сигнал и тем более влияние объекта слабы. Судя по сопоставлению кривой для вмещающей среды и суммарной кривой, вообще, аномальный эффект не велик и располагается в районе перехода кривых через 0, что затрудняет применение традиционных подходов с использованием кажущихся величин.

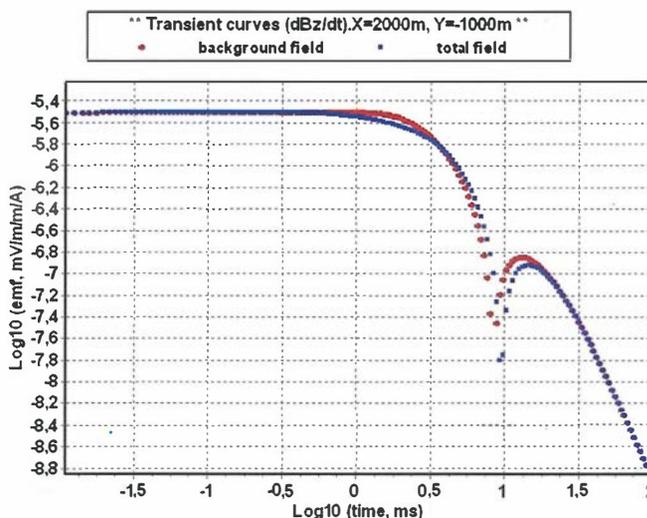


Рис. 8  
Пример кривых становления

На первом этапе мы полагаем, что положение неоднородности (и даже ее наличие) нам не известно. В таком случае мы подозреваем широкую область в районе зондирований – 6000 x 6000 м. Для начала «раскидываем» грубую томографическую сеть – 6 x 6. По глубине рассматриваем диапазон глубин  $-600 \text{ м} < z < -300 \text{ м}$  (допустим, это априорная информация). Итак, будем определять возмущения проводимости известной вмещающей среды в 36 ячейках томографической сети.

Томографическая инверсия, согласно нашему описанию, состоит в выполнении определенных процедур, из которых первую (построение сетки) мы реализовали. Теперь мы должны, согласно выбранной сетке, сделать расчет коэффициентов для каждого элемента, т.е. построить линейаризованное решение трехмерной прямой задачи. При этом параметры вмещающего разреза должны быть установлены (например, предварительной одномерной интерпретацией). Это наиболее ресурсоемкая часть предлагаемого математического аппарата. Мы должны рассчитать и запомнить устанавливающиеся функции-коэффициенты в количестве  $N_x \cdot N_y \cdot N_z \cdot N_t$ , где  $N_x$  – число разбиений сетки по X,  $N_y$  – число разбиений сетки по Y,  $N_z$  – число разбиений сетки по Z,  $N_t$  – число привлекаемых кривых становления от всех генераторов и приемников. В нашем случае сейчас это число есть  $6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 40 = 1440$  функций-коэффициентов, каждая из которых определена на 166 временных отсчетах.

Таким образом, составляется линейная система из  $40 \cdot 166$  (в нашем случае) уравнений, в которой правая часть есть разность между «полевыми» данными и расчетом для нормальной среды, коэффициенты нами рассчитаны, а неизвестными (их  $N_x \cdot N_y \cdot N_z$ ) являются возмущения проводимости ( $\Delta\sigma$ ) в каждом элементе.

Производится инверсия линейной системы по критерию наименьших квадратов и с использованием некоторой регуляризации. Это быстрая процедура. При этом мы можем повторять ее, меняя параметры инверсии и доопределяя некоторые элементы как известные (детали рельефа и ВЧР, например),

используя рассчитанные коэффициенты. Приведем результат в графическом виде на рис. 9, б.

Теперь объект примерно обозначен, и мы можем построить более подробную сетку 13 x 13 в более узкой области 2000 x 2000 м. Результат томографической инверсии представлен в графическом виде (рис. 9, в).

Мы уже довольно определенно установили местоположение, форму неоднородности и ее УЭС. Процесс уточнения можно продолжать. Однако результат ограничивается точностью линейного приближения, а также точностью априорных данных о вмещающей среде и количеством и качеством полевых данных.

Приведем еще пример томографической инверсии данных ЗС в трехмерной поляризующейся среде. Тут есть проблема. Мы делаем инверсию линейной системы во временной области, и решение предполагается вещественное. Т.е. мы должны определять вещественные параметры  $\rho_\sigma$ ,  $\eta$ ,  $\tau$  и  $C$ , входящие в формулу Cole-Cole. В частотной области линейаризованное представление (аномальная часть) вместо (5) теперь выглядит так:

$$dE(R, \omega) = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_0} d\sigma_0 + \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} d\eta + \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \sigma}{\partial C} dC \right] (i\omega\mu)^2 Iab \int_0^\infty \int_0^\infty T(\lambda, \lambda') \lambda \lambda' Z(\lambda, \lambda', \omega) d\lambda d\lambda', \quad (9)$$

где  $\sigma(\omega)$  определено формулой Cole-Cole (7). Но это означает, что число неизвестных увеличивается в четыре раза, что требует соответственного увеличения числа данных. Мы предложили бы сосредоточиться на одном параметре. Конечно, он будет кажущимся, но позволит выделить объект. Именно так и поступим сейчас. Используем синтетические данные ЗС в трехмерной поляризующейся среде, определенной выше, на рис. 6, в виде переходных сигналов от соосных петель, согласно схеме на рис. 10, а. Построим сетку в один слой в интересующем нас горизонте и произведем линейную инверсию, предполагая в качестве неизвестных возмущения вещественного сопротивления.

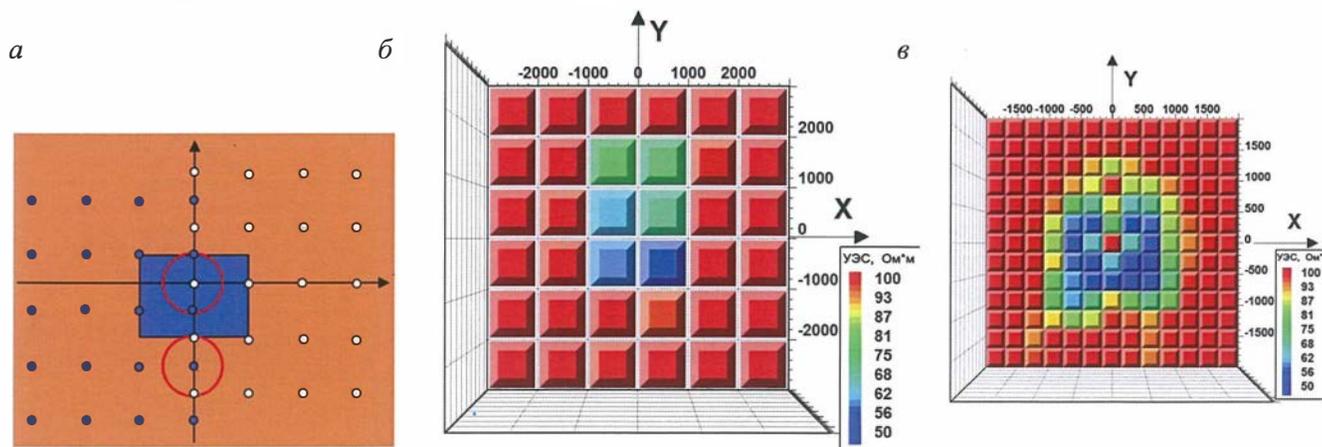


Рис. 9

Модель и схема регистрации сигнала (а); результат грубой инверсии (б); томографическая инверсия с подробной сеткой (в)

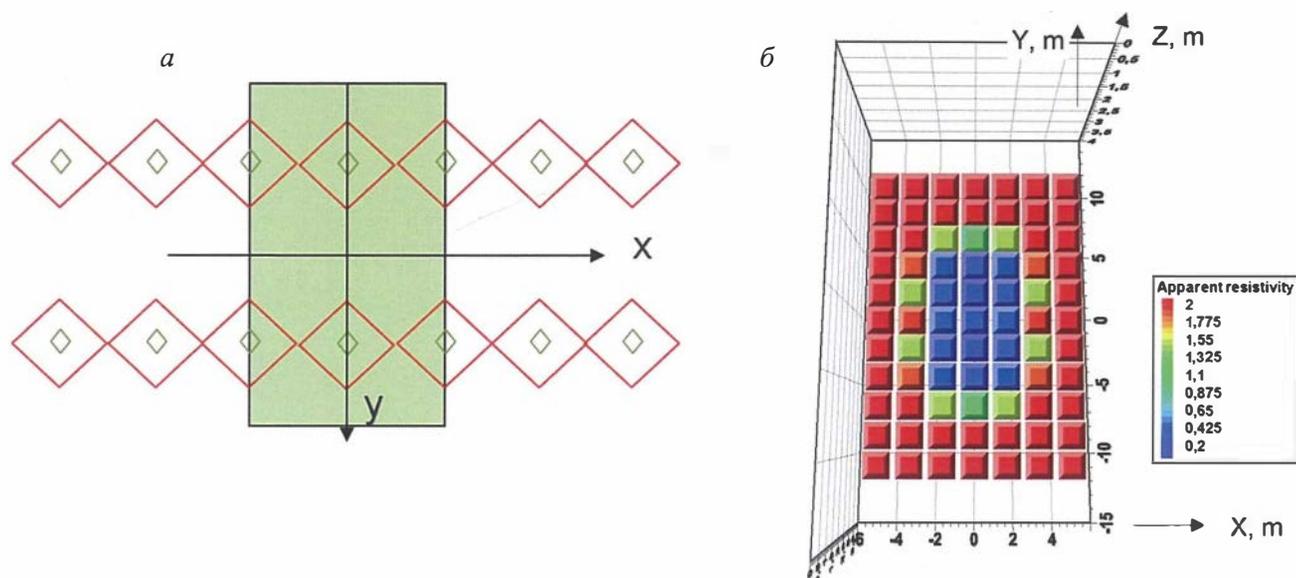


Рис. 10

Сбор данных (а) и результат томографической инверсии (б)

В результате получили положительный результат в виде вполне выделенного объекта (рис. 10, б). В синтетические данные мы закладывали параметры поляризации вмещающей среды и объекта. При инверсии мы учитывали параметры вмещающей среды как известные. А полученные значения сопротивления объекта нужно считать кажущимися.

Остается отметить слабое место этого численно-го эксперимента. Синтетические данные для трехмерной поляризуемой среды мы получили, воспользовавшись нашим же линейризованным представлением (за исключением других).

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Проведенные исследования, результаты которых лишь в малой части представлены здесь, показали, что математический аппарат, основанный на борновской линейризации прямой задачи зондирования становится, вполне работоспособен и обещает решить до некоторой степени проблему оперативного трехмерного подхода в ЗС, в особен-

ности при структурных исследованиях. Этот аппарат, дополненный еще сервисным обеспечением по части манипуляций с полевыми и расчетными данными и графическими инструментами для представления трехмерных данных, позволяет осуществить интерпретационный процесс с использованием больших объемов площадных данных в рамках томографической технологии. Авторами статьи намечен путь к обеспечению электромагнитных зондирований становлением поля общепринятым и оперативным математическим обеспечением трехмерного характера.

Конечно, очень бы подкрепило томографический подход сопровождение его процедурой точного трехмерного расчета для окончательного уточнения результатов томографической инверсии. Мы без этого не могли обойтись даже в этой работе и должны выразить благодарность М.Г. Персовой за предоставленные расчеты методом конечных элементов, без которых наши построения и результаты не обладали бы должной достоверностью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов Е.Ю., Кожевников Н.О., Корсаков М.А. Автоматизированная система для интерпретации данных индукционных импульсных электромагнитных зондирований с учетом индукционно-вызванной поляризации // Геология и геофизика. 2014. Т. 55. № 8. С. 1282–1293.
2. Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный мир, 2007. 712 с.
3. Могилатов В.С., Захаркин А.К., Злобинский А.В. Математическое обеспечение электроразведки ЗСБ. Система «Подбор». Новосибирск: изд. СО РАН, 2007. 157 с.
4. Могилатов В.С., Злобинский А.В. Универсальное математическое обеспечение зондирования становлением // Геофизика. 2017. № 1. С. 45–55.
5. Могилатов В.С., Энов М.И. Томографический подход к интерпретации данных геоэлектромагнитных зондирования // Физика Земли. 2000. № 1. С. 78–86.
6. Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Домников П.А., Симон Е.И. О томографическом подходе к интерпретации данных электромагнитных зондирований в трехмерных средах // Материалы X Международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» ФПЭП-2010. Новосибирск: изд-во НГТУ, 2010. Т. 6. С. 150–155.
7. Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Тригубович Г.М. Компьютерное моделирование геоэлектромагнитных полей в трехмерных средах методом конечных элементов // Изв. РАН. Сер.: Физика Земли. 2011. № 2. С. 3–14.
8. Уилкинсон Дж. Райни К. Справочник алгоритмов на языке алгол. Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1976. 390 с.
9. Cole K.S., Cole R.H. Dispersion and Absorption in Dielectrics I. Alternating Current Characteristics // J. Chem. Phys. 1941. V. 9.4. Pp. 341–351.

REFERENCES

1. Antonov EYu, Kozhevnikov NO, Korsakov MA. Avtomatizirovannaya sistema dlya interpretacii dannyx indukcionnyx impulsnyx elektromagnitnyx zondirovanij s uchetom indukcionno-vyzvannoj polarizacii [Automated system for interpreting data of the inductive pulsed electromagnetic soundings given induction-induced polarization]. *Geologiya i Geofizika*. 2014; 55(8): 1282–1293 (in Russian).
2. Zhdanov Michael S. Geophysical inverse theory and regularization problem. Amsterdam: Elsevier, 2002. 710 p.
3. Mogilatov VS, Zaharkin AK, Zlobinskiy AV. Matematicheskoe obespechenie elektrorazvedki ZSB. Sistema Podbor [Software for TEM. System Podbor]. Novosibirsk: Izd. SB RAS, 2007. 157 p. (in Russian).
4. Mogilatov VS, Zlobinskiy AV. Universalnoe matematicheskoe obespechenie zondirovanij stanovleniem [Universal software for electrical prospecting by transient]. *Geofizika*. 2017; (1): 45–55 (in Russian).
5. Mogilatov VS, Epov MI. Tomograficheskij podxod k interpretacii dannyx geoelektromagnitnyx zondirovanij [Tomographic approach to the interpretation of the geoelectromagnetic data]. *Fizika Zemli*. 2000; (1): 78–86 (in Russian).
6. Persova MG, Solovejchik YuG, Domnikov PA, Simon EI. O tomograficheskom podxode k interpretacii dannyx elektromagnitnyx zondirovanij v trexmernyx sredax [About tomographic approach to the interpretation of the geoelectromagnetic data in the 3D mediums]. *Materialy X mezhdunarodnoj konferencii Aktualnye problemy elektronnoogo priborostroeniya FPEP-2010*. Novosibirsk: izd-vo NGTU, 2010. V. 6. Pp. 150–155 (in Russian).
7. Persova MG, Solovejchik YuG, Trigubovich GM. Kompyuternoe modelirovanie geoelektromagnitnyx polej v trexmernyx sredax metodom konechnyx elementov [Computer simulation geoelectromagnetic fields in three-dimensional media by the finite element method]. *Izv. RAN. Ser.: Fizika Zemli*. 2011; (2): 3–14 (in Russian).
8. Wilkinson JH, Reinsch C. Handbook for Automatic Computation. Volume II: Linear Algebra. Springer, 1971. 448 p.
9. Cole KS, Cole RH. Dispersion and Absorption in Dielectrics. I. Alternating Current Characteristics. *J. Chem. Phys.* 1941. V. 9.4. Pp. 341–351.

ОБ АВТОРАХ

МОГИЛАТОВ

Владимир Сергеевич



трики с контролируемыми источниками.

Главный научный сотрудник лаборатории геоэлектрики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, доктор технических наук, профессор кафедры геофизики НГУ. Область научных интересов – физико-математические основы геоэлек-

ЗЛОБИНСКИЙ

Аркадий Владимирович



результатов электромагнитных зондирований. Автор около 30 научных работ (1 монография).

Генеральный директор научно-технической компании «ЗаВеГ-ГЕО», кандидат технических наук, окончил физический факультет Новосибирского государственного университета в 1992 г. Область интересов – методика, обработка и интерпретация