

ВТОРИЧНЫЕ ИСТОЧНИКИ И ЛИНЕАРИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

В. С. Могилатов

Институт геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 3, Россия

В задачах геоэлектрики выделяется базовая модель (горизонтально-слоистая) и базовый процесс (квазистационарный, чисто электродинамический). Решения в этой ситуации имеют известные интегральные представления для любого переменного и распределенного источника. Эта базовая задача хорошо освоена в вычислительном плане и является основой интерпретационного процесса. Любое отклонение от базовой задачи (например, повышение размерности) можно представить как ту же базовую задачу с дополнительным, вторичным, распределенным источником и таким образом формально записать решение, что всего лишь приводит к интегральным уравнениям. Однако в этой работе показано, что из такого представления решения можно получить ряд чрезвычайно полезных следствий, таких как интегральное представление производных по параметрам базовой модели, отклик в виде вкладов от отдельных слоев, приближенный учет токов смещения в процессе установления, быстрый способ расчета влияния многомерных возмущений проводимости (борновская линейная аппроксимация).

Электроразведка, становление, линеаризация, борновское приближение.

SECONDARY SOURCES AND LINEARIZATION IN GEOELECTRIC PROBLEMS

V. S. Mogilatov

Geoelectric problems include a base model (horizontally layered) and a base process (quasi-stationary, pure electrodynamic). For any variable or distributed source, solutions to these problems are expressed in terms of known integrals. The base problem is well solved by computations and provides a base for interpretations. Any deviations from the base problem (e.g., increase in dimensionality) can be presented as the same base problem with an additional (secondary) distributed source; in this case, the solution to the problem will be reduced to integral equations. This paper, however, demonstrates that the above representation of the solution can give a number of very useful results, such as integral representation of derivatives by the parameters of the base model, responses from some layers, approximate account of displacement currents, and fast calculation of the effect of multidimensional disturbances of conductivity (Born linear approximation).

Electric prospecting, transient, linearization, Born approximation

Одномерная кусочно-однородная среда — до сих пор основная, базовая интерпретационная модель в геоэлектромантных исследованиях, в особенности, в методах установления с контролируемым источником. Магнитную проницаемость обычно можно всюду принять равной проницаемости вакуума. Хотя частотный подход позволяет формально записать решение с учетом диэлектрической проницаемости каждого слоя, численная реализация такого представления в режиме установления не освоена. Решение же во временной области (по А. Н. Тихонову [1]) предполагает квазистационарность уже на стадии постановки красивой задачи. Эта упрощенная модель среды, описываемая лишь одномерной, кусочно-постоянной функцией $\sigma_0(z)$, является компромиссом между более сложно устроенной реальной средой и нашими возможностями для оперативных расчетов в процессе интерпретации. Достаточно часто обнаруживается, что базовая модель недостаточна, но любое усложнение этой модели наталкивается на трудности численной реализации. Мы, однако, призываем не спешить применять сугубо численные методы, в особенности разностные. Вполне разумно предположить, что возникающие проблемы, не решаемые в рамках базовой модели, все же имеют решение „вблизи“ нее. Ниже мы предлагаем алгоритм учета некоторых осложнений геоэлектрической ситуации при использовании тех же математических средств (одномерных), что и для самой базовой модели.

МЕТОД ВТОРИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Базовая модель подразумевает квазистационарный, чисто электродинамический процесс и в целом можно говорить о базовой задаче, решение которой имеет известные интегральные представления для любого переменного и распределенного источника (например [2], где приведены решения прямой задачи зондирования становлением (ЗС) частотным способом и по А. Н. Тихонову). Если мы рассмотрим теперь возмущающий фактор как дополнительный сторонний ток в базовой задаче, конкретно в первом уравнении Максвелла, то мы получим алгоритм для расчетов аномального поля при возмущениях самого разного рода.

Используем простой, но достаточно важный пример осесимметричной задачи, когда источник (петля с током I , радиуса r_0 и на уровне z_0) отключается. В таком случае электрическое поле в цилиндрической системе координат имеет только компоненту E_φ и базовое решение можно записать в виде:

$$E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0) = I \cdot E(r, z, r_0, z_0). \quad (1)$$

Допустим, что в кольцевой области с сечением $S(r, z)$ действует некий возмущающий по отношению к базовой модели фактор, зависящий от электрического поля линейно. В этой области после выключения источника процесс описывается системой уравнений Максвелла, в которой первое уравнение будет выглядеть следующим образом:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma_0(z) \cdot \mathbf{E} + L[\mathbf{E}], \quad (2)$$

где L — линейный оператор. Поле соответственно можно представить как сумму базового решения и аномальной части: $\mathbf{H} = \mathbf{H}^0 + \mathbf{h}$, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{e}$. Рассматривая член $L[\mathbf{E}]$ в уравнении (2) как сторонний ток (токовые петли с переменным током) в базовой среде, получим для полного поля

$$E_\varphi(r, z, r_0, z_0, t) = E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0, t) + \\ + \iint_S \int_{-\infty}^t L[E_\varphi(\bar{r}, \bar{z}, r_0, z_0, \tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} E(r, z, \bar{r}, \bar{z}, t - \tau) d\tau d\bar{r} d\bar{z}. \quad (3)$$

Мы получили это интегральное уравнение исходя из простых физических соображений (линейность и аддитивность по источнику), на языке же теории краевых задач мы учли появление в базовой краевой задаче дополнительных источников (правой части), записав решение в виде интеграла от функции Грина, роль которой играет функция $\frac{\partial}{\partial \tau} E(r, z, \bar{r}, \bar{z}, t - \tau)$ — отклик среды от δ -импульса. Итак, мы пока имеем интегральное уравнение, но нетрудно согласиться с тем, что при малых возмущениях можно заменить в подынтегральной функции полное поле нормальным (базовым). В таком случае, получим приближенное решение в виде:

$$E_\varphi(r, z, r_0, z_0, t) = E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0, t) + \\ + I \cdot \iint_S \int_{-\infty}^t L[E(\bar{r}, \bar{z}, r_0, z_0, \tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} E(r, z, \bar{r}, \bar{z}, t - \tau) d\tau d\bar{r} d\bar{z}. \quad (4)$$

Можно было бы показать, что (4) есть линейная часть разложения решения интегрального уравнения (3) в ряд Неймана. Еще можно заметить, что наше приближение соответствует известному борновскому приближению в теории рассеяния. Именно в этом смысле мы употребляем в этой работе термин „линеаризация“.

Предлагаемый приближенный подход достаточно известен в геоэлектрике и давно уже используется для создания быстрых процедур решения прямой задачи различной размерности по проводимости. В западной литературе методы интерпретации, основанные на использовании таких процедур, обозначаются общим термином „imaging“ (например, [3]). На использовании линеаризованной постановки прямой и обратной задач может быть построен также томографический подход [4].

Мы, в свою очередь, обращаем внимание читателя на то, что формулы (3) и (4) весьма плодотворны. Принимая дополнительный сторонний ток в виде $L[\mathbf{E}] = \Delta\sigma(r, z) \cdot \mathbf{E}$ или $L[\mathbf{E}] = -\varepsilon \cdot \partial \mathbf{E} / \partial t$ или $L[\mathbf{E}] = \int K_{\text{ВП}} \mathbf{E} dt$, можно построить алгоритмы для учета возмущений проводимости, для учета квазистационарного вклада токов смещения или учесть влияние вызванной поляризации во временной области. Ниже демонстрируются некоторые применения формул (3) и (4).

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ПО ПАРАМЕТРАМ БАЗОВОЙ МОДЕЛИ

Горизонтально-слоистая модель разреза, определенная выше как базовая модель, и соответствующая прямая задача являются основными инструментами интерпретационного процесса в методе ЗС. При решении обратной задачи в той или иной форме анализируется чувствительность отклика к изменениям параметров модели (мощности и проводимости слоев). Другими словами, весьма желательно иметь в своем распоряжении производные от сигнала по параметрам. В силу сложности выражения для отклика чувствительность обычно определяется пробными просчетами основной прямой процедуры, что снижает оперативность решения обратной задачи. Мы сейчас предложим интегральное представление производных, позволяющее вычислять нужные производные как до-

полнительный результат в процедуре прямой задачи с небольшими дополнительными затратами машинного времени.

Рассмотрим устанавливающееся поле (компоненту E_φ) токовой петли (r_0, z_0) . Представим функцию E в (1) в виде суперпозиции устанавливающихся пространственных гармоник:

$$E(r, z, r_0, z_0, t) = \int_0^\infty J_1(\lambda r) \cdot J_1(\lambda r_0) \cdot r_0 \cdot Z(z, z_0, t, \lambda) d\lambda, \quad (5)$$

где функция Z определяется в результате решения соответствующей одномерной краевой задачи. Рассмотрим теперь возмущение $\Delta\sigma$ в неограниченной по простираию области $0 \leq r \leq \infty$, $z_1 \leq z \leq z_2$. Воспользовавшись известным представлением

$$\int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) r dr = \frac{\delta(\bar{\lambda} - \lambda)}{\lambda},$$

получим из (3):

$$\begin{aligned} \Delta E_\varphi = \Delta\sigma \cdot I \int_0^\infty J_1(\lambda r) \cdot J_1(\lambda r_0) \cdot \frac{r_0}{\lambda} \times \\ \times \left\{ \int_{z_1}^{z_2} \int_{-\infty}^t Z(\bar{z}, z_0, \tau, \lambda) \frac{\partial Z(z, \bar{z}, t - \tau, \lambda)}{\partial \tau} d\bar{z} d\tau \right\} d\lambda. \end{aligned} \quad (6)$$

Интегралы в фигурных скобках могут быть взяты с учетом конкретного способа разделения переменных в краевой задаче для функции Z . Формула (6) позволяет определять производную по проводимости (сопротивлению) слоя (малое возмущение $\Delta\sigma$ по всему слою), а также и по мощности слоя (конечное возмущение $\Delta\sigma$ в малой области Δz на границе слоя).

Подобные алгоритмы реализованы нами в комплексе ПОДБОР для интерпретации данных ЗСБ-МПП.

БЫСТРОЕ ПРИБЛИЖЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ УСТАНОВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Как мы уже говорили, всякое отклонение от базовой модели (горизонтально-слоистой, квазистационарной, т. е. всюду диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 0$) весьма осложняет прямую задачу и в еще большей мере обратную. Однако латерально-неоднородная по проводимости среда — это такая существенная реальность, которую нельзя долго игнорировать, не рискуя потерять перспективу метода ЗС. Разумеется, имеется возможность численных расчетов трехмерной прямой задачи разностными методами или методом интегральных уравнений. К сожалению, эта возможность обычно мало доступна на практике и не удовлетворяет условию оперативности интерпретационного процесса. Линеаризованный подход, предлагаемый формулой (4), конечно, достаточно оперативен, однако необходимо понять, насколько малы должны быть возмущения проводимости.

Линеаризованная одномерная задача. Построим процедуру быстрого приближенного расчета устанавливающегося поля в одномерной слоистой среде, т. е. для модели, которую мы определили как базовую. Разумеется, актуальность такой процедуры в качестве основной процедуры прямой задачи невелика теперь потому, что вполне освоены точные процедуры для слоистой модели. Однако, учитывая скорость расчета и вид линеаризованной процедуры, нетрудно увидеть перспективу использования ее при решении обратной задачи. Кроме того, это продемонстрирует возможности линеаризованной постановки.

Итак, принимая в (2) дополнительный сторонний ток в виде $L[E] = \Delta\sigma(r, z) \cdot E$, получим общее линеаризованное выражение для устанавливающегося поля кольцевого (двухмерного) возмущения проводимости на фоне базовой одномерной модели:

$$\begin{aligned} E_\varphi(r, z, r_0, z_0, t) = E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0, t) + \\ + I \cdot \iint_S \int_{-\infty}^t E(\bar{r}, \bar{z}, r_0, z_0, \tau) \cdot \Delta\sigma(\bar{r}, \bar{z}) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} E(r, z, \bar{r}, \bar{z}, t - \tau) d\tau d\bar{r} d\bar{z}. \end{aligned} \quad (7)$$

Это некоторое приближение, в котором взаимодействие среды учитывается лишь в основном, в той мере, в которой нормальная референтная среда определяет электродинамический процесс в данной геоэлектрической ситуации. Взаимодействие же возмущений проводимости между собой не учитываются. Если необходимо учесть аномальный вклад еще одной кольцевой неоднородности, то просто добавляется еще один член в правой части, аналогичный представленному в (7). Впрочем, это все условно и область S в (7) может объединять и несколько фактически разделенных кольцевых возмущений.

Примем в качестве фоновой, нормальной среды однородное полупространство (проводимость σ), а слоистую структуру будем рассматривать, как кусочно-однородное возмущение проводимости $\Delta\sigma_j$ в j -й области $z_{j1} \geq z \geq z_{j2}$, $0 \leq r \leq \infty$ ($j = 1, 2, \dots, K$). Запишем выражение для полного поля в виде:

$$E_p(r, z, r_0, z_0, t) = I E(r, z, r_0, z_0, t) + I \sum_{j=1}^K \Delta\sigma_j \cdot G_j(r, z, r_0, z_0, t), \quad (8)$$

где

$$G_j(r, z, r_0, z_0, t) = \int_0^\infty \int_{z_j}^{z_{j+1}} \int_{-\infty}^t E(\bar{r}, \bar{z}, r_0, z_0, \tau) \frac{\partial E(r, z, \bar{r}, \bar{z}, t - \tau)}{\partial \tau} d\bar{r} d\bar{z} d\tau. \quad (9)$$

Здесь E для полупространства можно определить, как

$$E(r, z, r_0, z_0, t) = \int_0^\infty J_1(\lambda r) \cdot J_1(\lambda r_0) \cdot r_0 \cdot Z(z, t, \lambda) \cdot d\lambda, \quad (10)$$

где

$$Z = \frac{\lambda^2}{\sigma} \exp(\lambda z) \left[\frac{\exp(-u^2)}{\sqrt{\pi\tau}} - \operatorname{erfc}(u) \right], \quad (11)$$

$\tau = \frac{\lambda^2}{\mu_0 \sigma}$, $u = \sqrt{\tau} + \frac{\lambda z}{2\sqrt{\tau}}$, а функция erfc определена как

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \exp(-x^2) dx.$$

Коэффициенты G_j соответственно найдем в виде

$$G_j(r, z, r_0, z_0, t) = \int_0^\infty J_1(\lambda r) \cdot J_1(\lambda r_0) \frac{r_0}{\lambda} Z_1(z, z_0, t, \lambda) d\lambda, \quad (12)$$

где

$$Z_1 = \left(\frac{\lambda}{\sigma} \right)^2 \exp(2\lambda z) \left\{ \operatorname{erfc}(u_1) - \frac{\exp(-u_1^2)}{2\sqrt{\pi\tau}} \right\} \Big|_{z_j}^{z_{j+1}}, \quad (13)$$

а $u_1 = \sqrt{\tau} + \lambda z / \sqrt{\tau}$.

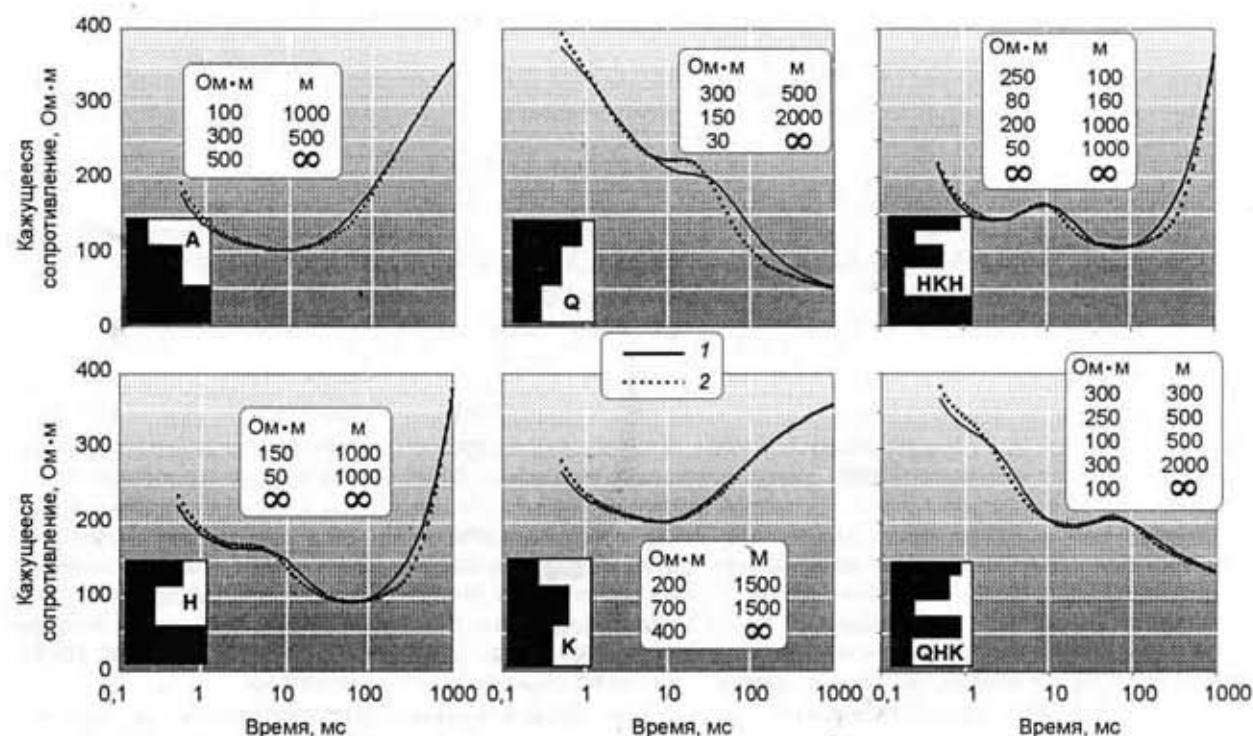


Рис. 1. Кривые установления (ρ_i) для слоистых моделей типа А, Q, НКН, Н, К, QНК.

Сравнение точных (1) и линеаризованных (2) расчетов.

На рис. 1 представлено сравнение расчетов по этому приближенному алгоритму и по точному (система ПОДБОР). Как видим, линейаризованное решение верно описывает характерные особенности процесса установления в многослойных средах различного типа, достаточно контрастных.

Линейаризованная квазитрехмерная задача. Программа Fast3D. Заметим, что линейное приближение, использованное в (4), означает, что в этом приближении влияние кольцевого возмущения проводимости есть простая сумма вкладов отдельных его частей. Таким образом, можно рассмотреть вклад локальной неоднородности. Однако мы признаем, что при этом делается новое приближение, состоящее в пренебрежении электрической модой, появляющейся в реальной ситуации локального объекта. Опишем базовую магнитооднородную модель, как $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{N-1}, \sigma_N = 0$ с границами $z_1 = 0 > z_2 > \dots > z_N$. На дневной поверхности в петле радиуса a выключается ток I . Нормальный процесс установления опишем методом А. Н. Тихонова, воспользовавшись развитием этого метода в работе [2]:

$$E_\varphi(r, z, t) = I \cdot E = -I \cdot \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) \lambda a \left\{ \sum_{j=0}^\infty \frac{\xi_j(z)}{M_j} \exp(-\alpha_j t) \right\} d\lambda, \quad (14)$$

где функции ξ_j (и ξ'_j) последовательно определяются сверху вниз через свои же непрерывные значения на границах в каждом i -м слое ($z_i \geq z \geq z_{i+1}$)

$$\xi_j(z) = \xi_{ji} \cdot \text{ch}[u_{ji}(z - z_i)] + \frac{\xi'_{ji}}{u_{ji}} \cdot \text{sh}[u_{ji}(z - z_i)],$$

причем $\xi_{j1} = \xi_j(0) = 1$, $\xi'_{j1} = \xi'_j(0) = -\lambda$, для α_j имеем уравнение на нижней границе при $z = z_N$ $\xi'_{jN} - \lambda \xi_j = 0$,

$$M_j = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\sigma_i}{2u_{ji}^2} [(z_{i+1} - z_i) \cdot (\xi_{ji}^2 u_{ji}^2 - \xi'_{ji}{}^2) + \xi_{ji+1} \xi'_{ji+1} - \xi_{ji} \xi'_{ji}],$$

и $u_{ji} = \sqrt{\lambda^2 - \alpha_j \mu_0 \sigma_i}$.

Рассмотрим теперь в i -м слое, по всей его мощности, однородное возмущение проводимости $\Delta\sigma$, в плане являющееся частью кольца, т. е. в области $z_i \geq z \geq z_{i+1}$, $r_1 \leq r \leq r_2$, $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Производя интегрирования в (4) с учетом (14), получим для аномального сигнала в соосной приемной петле радиуса b :

$$\Delta ЭДС = \Delta\sigma(\varphi_2 - \varphi_1) I \int_0^\infty \int_0^\infty R J_1(\lambda a) J_1(\lambda b) \lambda a \lambda b \left\{ \sum_{j=0}^\infty \sum_{\bar{j}=0}^\infty \frac{Z_{j\bar{j}} T_{j\bar{j}}}{M_j M_{\bar{j}}} \right\} d\lambda d\bar{\lambda}, \quad (15)$$

где

$$R = \frac{\bar{\lambda} r J_0(\bar{\lambda} r) J_1(\lambda r) - \lambda r J_0(\lambda r) J_1(\bar{\lambda} r)}{\lambda^2 - \bar{\lambda}^2} \Big|_{r_1}^{r_2},$$

$$Z_{j\bar{j}} = \frac{1}{u_{ji}^2 - u_{\bar{j}i}^2} [(\xi_{j\bar{j}+1} \xi'_{j\bar{j}+1} + \xi_{ji} \xi'_{ji}) - (\xi'_{j\bar{j}+1} \xi_{j\bar{j}+1} + \xi'_{ji} \xi_{ji})],$$

$$T_{j\bar{j}} = \frac{-\alpha_j}{\bar{\alpha}_{\bar{j}} - \alpha_j} [\exp(-\bar{\alpha}_{\bar{j}} t) - \exp(-\alpha_j t)].$$

Этот алгоритм реализован в программе Fast3D комплекса ПОДБОР. Четырехкратное суммирование, предлагаемое формулой (15), может быть быстрым из-за симметрии по переменным ($\lambda, \bar{\lambda}$) и по индексам ($j, \bar{j}$). Мы не видим больших ограничений в связи с формой неоднородности (сектор кольца) — более сложные формы можно создавать наборами таких секторов (это предусмотрено). Кроме того, в программе Fast3D имеется другой алгоритм (М. И. Эпова и Е. Ю. Антонова) для многоугольных в плане неоднородностей. Этот алгоритм основан на совершенно другой аппроксимации (малые вертикальные возмущения границы). Таким образом, и это очень важно, возможен оперативный контроль — просчет одной модели (сектор, как многоугольник) обеими процедурами. В таком сравнении мы и приводим на рис. 2 кривые кажущегося сопротивления, используя рабочий экран программы Fast3D. Проводящая неоднородность помещена во втором слое трехслойной среды. Время расчета по приведенному алгоритму ~1 мин на персональном компьютере.

Заключая этот раздел, заметим, что значение приближенных линейаризованных алгоритмов прямой задачи состоит еще и в том, что создаются условия для применения весьма развитого аппарата линейной инверсии.

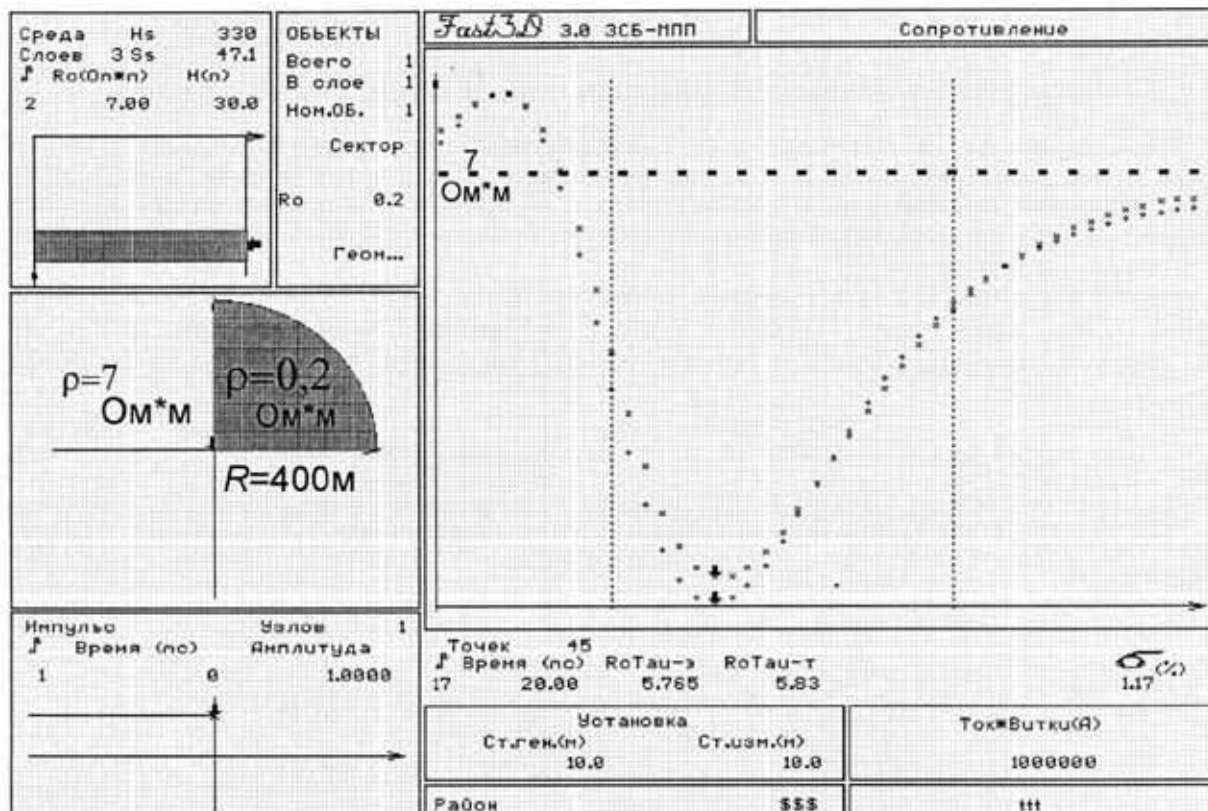


Рис. 2. Кривые установления (ρ_r) для горизонтально-неоднородной модели.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ УЧЕТ ТОКОВ СМЕЩЕНИЯ В ЗАДАЧЕ УСТАНОВЛЕНИЯ

Для полного (с учетом волнового члена) решения одномерной слоистой задачи установления существует формальное представление в виде обратного преобразования Фурье решения в частотной области. Однако это интегральное представление не реализуется численно при малых значениях t , когда влияние токов смещения ощутимо. Нам известны только численно-разностные способы расчетов полной одномерной задачи становления. Сейчас мы предлагаем приближенно учесть влияние токов смещения, объявив волновой член $-\epsilon \cdot (\partial E / \partial t)$ сторонним током и заменив в нем полное поле квазистационарным. Ограничиваясь таким образом линейным приближением в соответствии с формулой (4), получим квазистационарную добавку от волнового члена. На рис. 3 представлены кривые ЭДС в соосной приемной петле ($r = 2,82$ м), отражающие квазистационарную и полную модели процесса установления в двухслойной среде ($\rho_1 = 200$ Ом·м, $\epsilon_1 = 20$, $h_1 = 50$ м, $\rho_2 = \infty$) от вертикального магнитного диполя ($M_z = 1$ А·м²). Причем нестационарная кривая составлена из кривой, рассчитанной по полным формулам для полупространства [2], и из кривой, рассчитанной в соответствии с предложенным здесь способом. В затемненной области обе кривые практически совпадают. Не следует, однако, думать, что мы получили полный процесс в двух-

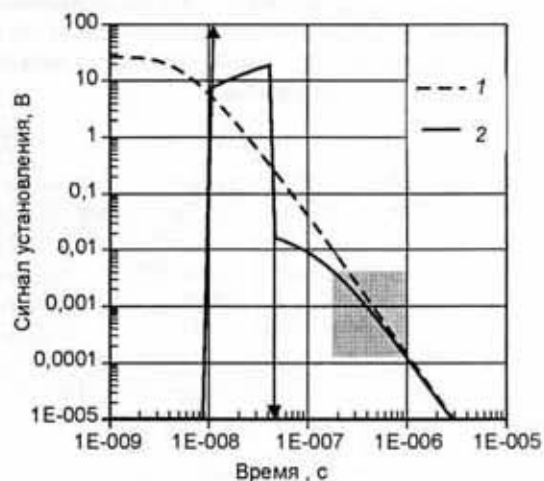


Рис. 3. Приближенный учет токов смещения в процессе установления.

Процесс: 1 — квазистационарный, 2 — нестационарный.

слоистой среде — здесь не учитываются более тонкие волновые эффекты (отраженные от нижней границы волны).

ОТКЛИК КАК ПОЛЕ МГНОВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКОВ В СРЕДЕ

Рассматривая отклик N -слоистой среды в каждый момент как суммарное поле мгновенного (квазистационарное приближение!) распределения токов в среде, можно получить полезное представление сигнала установления на дневной поверхности, как сумму вкладов от отдельных частей среды. Разумеется, в этом случае можно воспользоваться законом Био-Савара, но мы снова применим метод вторичного источника.

Рассмотрим член $\sigma_0(z) \cdot E$ в первом уравнении Максвелла в базовой задаче в качестве стороннего тока. Таким образом, среды нет, а есть только распределенный и меняющийся источник при отсутствии переходного процесса. Отклик (E_φ^0) при выключении тока в петле в этом случае можно описать как

$$E_\varphi(r, z, t) = I \cdot E = \frac{j\mu_0}{2} \cdot \delta(t) \cdot \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) a \exp(-\lambda |z|) d\lambda. \quad (16)$$

Формально применяя выражение (3), интегрируя и пользуясь определением и свойствами символической функции Дирака, используя решение базовой задачи в виде (14), получим для времен $t > 0$:

$$E_\varphi = \sum_{i=1}^{N-1} E_\varphi^{(i)}, \quad (17)$$

$$E_\varphi^{(i)} = -\frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) a \left[\sum_{j=0}^\infty \frac{P_{ji}}{M_j} \exp(-\alpha_j t) \right] d\lambda,$$

$$P_{ji} = (\lambda \zeta_{ji+1} - \zeta'_{ji+1}) \exp(\lambda z_{i+1}) - (\lambda \zeta_{ji} - \lambda \zeta'_{ji}) \exp(\lambda z_i),$$

где M_j , ζ_j и α_j определены (см. формулы (14), (15)).

Нетрудно видеть, учитывая свойства функций ζ_j , что $\sum_i P_{ji} = 2I$ и (17) фактически совпадает с (14).

Такое представление решения прямой задачи может быть полезно при построении процедуры инверсии, а также при анализе эффективности применения различных форм возбуждающего импульса тока (программа СЛОЙ комплекса ПОДБОР).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы должны заверить читателя, что не претендуем на оригинальность подхода. Основной результат работы состоит в демонстрации (неполной) универсальности метода вторичных источников и его важнейшего следствия — линейаризованной постановки. Имеют значение и конкретные результаты в виде программно реализованных алгоритмов для режима становления. Разумеется, борновская аппроксимация в качестве средства прямого моделирования — легкая мишень для критики, однако мы рассматриваем линейаризованную постановку прежде всего как средство оперативной инверсии больших объемов данных в осложненных (трехмерных) геоэлектрических условиях. И в этом качестве этот подход, пожалуй, не имеет альтернативы. Обычно возникает вопрос о пределах применимости линейаризованной постановки и оценке результата. На практике эта проблема может решаться просто. Результат обращения в зависимости от качества работы линейаризованного аппарата и объема данных помещается в полезном диапазоне от кажущейся трехмерной среды до полной инверсии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н., Скугаревская О. А. О становлении электрического тока в неоднородной среде. II // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1950, т. XIV, № 4, с. 281—293.
2. Могилатов В. С. Возбуждение электромагнитного поля в слоистой Земле горизонтальным токовым листом // Изв. РАН, Сер. Физика Земли, 1998, № 5, с. 45—53.
3. Christensen N. B. Imaging of transient electromagnetic soundings using a scaled Frechet derivative // Inverse methods — interdisciplinary Elements of Methodology. Computation and Application. Lecture notes in Earth sciences. - Berlin-Heidelberg, Springer-verlag, 1996, XX.
4. Zhou Qiang, Becker Alex, Morrison H. F. Audio-frequency electromagnetic tomography in 2-D // Geophysics, 1993, v. 58, № 4, p. 482—495.