

УДК 550.837.6

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ В ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

© 2007 г. В. С. Могилатов, В. В. Потапов

ИГФ СО РАН, г. Новосибирск

Поступила в редакцию 29.08.2005 г.

Обсуждаются предпосылки и возможности расширения экспериментальной базы геоэлектрики с контролируемыми источниками. Как резерв, рассматриваются нестационарное поле электрического типа (Е-поле, Е-мода, поперечно-магнитное, ТМ-поле) и технические средства его возбуждения. В качестве приложения приводится в компактной форме математический аппарат зондирования становлением для произвольного источника двумя способами, приводящими к интегралу Фурье и (при некоторых ограничениях) к ряду Фурье.

PACS: 91.25.Qi

Прогресс в геоэлектрических исследованиях (и, соответственно, в электроразведке) с управляемыми источниками, разумеется, зависит от развития средств и способов возбуждения электромагнитного поля. Традиционно используются в качестве источников поля горизонтальная заземленная линия и незаземленная петля, а основной поток новаций (кроме очевидно технических) по нашему впечатлению направлен на совершенствование способов и средств интерпретации (новые модели сред и процессов взаимодействия среды и поля). Между тем, использование только упомянутых традиционных источников (в гармоническом или импульсном режиме) ограничивает использование принципиальных возможностей индукционных зондирования.

Для пояснения этого тезиса рассмотрим поле заземленной электрической линии в режиме постоянного тока. Такой источник создает в земле распределение электрического поля, которое, собственно, и используется в методах постоянного тока, но также имеется практически независимое от геосреды и никак не используемое в этих методах постоянное магнитное поле токового отрезка (рис. 1а). Соответственно, при выключении тока в источнике, в земле возбуждаются два переходных процесса – установление (затухание) изначального распределения тока и индуктивное возбуждение и последующее затухание вихревого тока. Другими словами, речь идет об установлении поля электрического типа (Е-поле, ТМ-поле) и поля магнитного типа (Н-поля, ТЕ-поле).

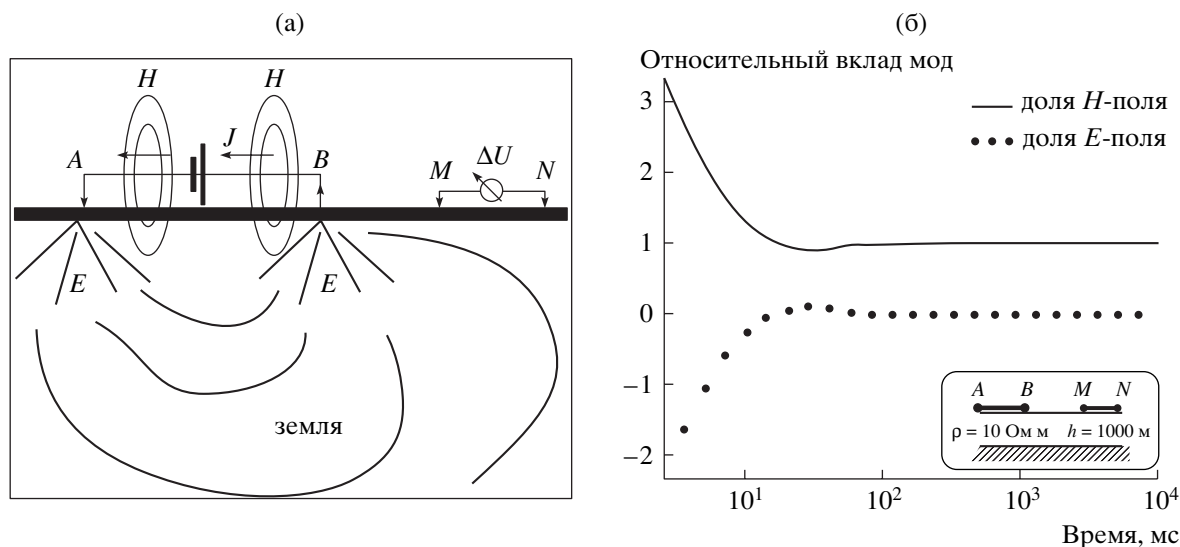


Рис. 1. (а) – постоянное поле линии АВ; (б) – доли Н-поля и Е-поля в общем сигнале ΔU для установки АВМN.

Здесь, как и в дальнейшем, мы подразумеваем горизонтально-слоистый разрез как базовую единую модель среды для анализа процессов распространения электромагнитных полей в Земле и особенностей отдельных способов зондирования. Также можно пояснить, что мы преимущественно пользуемся контекстом структурной электро-разведки методом становления.

Хорошо известно, что компоненты устанавливающегося поля заземленной линии в поздней стадии зависят от суммарной продольной проводимости разреза и спад происходит по степенному закону – все, в основном, так же как и для поля петли (которая является источником поля чисто магнитного типа). Вполне может сложиться мнение, что это происходит просто из-за схожего поведения Е- и Н-полей. Однако причина другая – Е-поле затухает много быстрее (экспоненциально в среде с изолирующим основанием) и в суммарном поле остается только Н-поле. Свойства Е-поля совершенно иные, в частности, процесс становления всегда зависит от вертикальной структуры среды и определяется как продольными, так и поперечными сопротивлениями на всех стадиях процесса. На рис. 16 представлены для режима становления относительные вклады Н-поля и Е-поля в суммарное поле для установки АВМН. В начальной стадии вклады примерно одинаковы и имеют разные знаки, в последней стадии поле горизонтального электрического диполя определяется становлением поля магнитного типа (среда – проводящий слой на изолирующем основании – на рис. 16).

Чтобы в поздней стадии становления иметь значительный вклад поля электрического типа, нужна весьма специальная конфигурация возбуждающего стороннего тока. Но поскольку применение линии и петли является экспериментальной основой индукционной геоэлектрики с контролируемыми источниками, то приходится констатировать, что такие геоэлектрические исследования носят односторонний характер, поскольку используют только поле магнитного типа.

Развивая эту мысль применительно к электро-разведке, можно сказать, что когда стали использовать гармонический или импульсный режим источника вместо постоянного, то это была не только смена режима и не столько, а это обернулось сменой типа используемого поля. Мы, конечно, получили удобства применения незаземляемого источника (петли) и возможность индуктивного проникновения в подэкрannую толщу, но все-таки, – был ли это безусловный прогресс? Методы постоянного тока, использующие Е-поле, хотя и постоянное, вовсе не умерли, но, напротив, успешно развиваются в многоэлектродные системы. Можно только еще заметить, что механическое (без должного “Е-Н-анализа”) применение

гармонического или импульсного режима питания в таких системах вряд ли пойдет им на пользу.

Характерные свойства Е-поля в процессе становления впервые заявили о себе еще в известной работе [Тихонов, Скугаревская, 1950], в которой обнаружилась экспоненциально затухающая со временем составляющая в z-компоненте вектора-потенциала. Поскольку авторов интересовала поздняя стадия становления поля, возбуждаемого горизонтальным электрическим диполем, то такой составляющей они пренебрегали и физическая подоплека не обсуждалась. В дальнейшем сложившаяся практика применения линии и петли для зондирования становлением долгое время держала “в тени” переменное поле электрического типа, мотивы и возможности его использования.

Мы здесь напоминаем, если в этом есть необходимость, что поля магнитного и электрического типа есть “равноправные” объективные реальности, форма существования электромагнитного поля в слоистой одномерной земле и взаимодействия с нею. Возбуждение каждой из поляризаций электромагнитного поля связано с геометрией среды (здесь пользуемся для простоты только горизонтально-слоистой моделью) и со свойствами источника (стороннего тока). Разумеется, в теоретическом отношении ситуация хорошо известна. Можно сослаться здесь на известные работы [Дмитриев, 1968; Табаровский, 1975; Романов, Кабанихин, 1991]. Однако наиболее последовательно в общем теоретическом отношении эта проблема в связи также с проблемой скаляризации задач гео-электродинамики в различных системах координат, в связи также со свойствами стороннего тока, исследована в цикле работ Б.С. Светова и В.П. Губатенко, завершено наиболее полной работой [Светов, Губатенко, 1988].

Авторы статьи лишь развивают прикладные аспекты этой “дуальности” геоэлектромагнитного поля и настойчиво (иногда и демонстративно) реализуют ТЕ-ТМ-симметрию при формальном описании контролируемой индукционной (в частности, импульсной) наземной геоэлектрики, а также и на практике, предлагая новые технические и методические решения.

Итак, предположим все многообразие возможных различных питающих установок, располагаемых на дневной поверхности, введя распределение поверхностной плотности (в А/м) стороннего тока, меняющегося синхронно – $\mathbf{j}^{\text{ct}}(x, y)q(t)$. Такое описание источника включает в себя традиционные питающие установки, образованные отрезками провода и точечными заземлениями, но также и менее привычные установки с распределенными проводниками и заземлениями. Например, для двух основных источников в наземной электро-разведке – горизонтальная заземленная по кон-

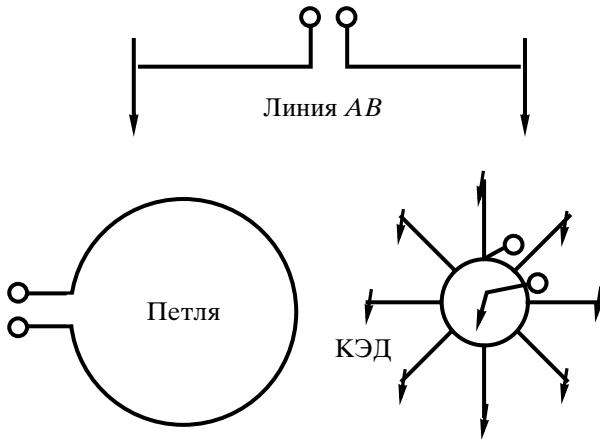


Рис. 2. Индуктивный (петля), гальванический (КЭД) и смешанный (линия АВ) источники.

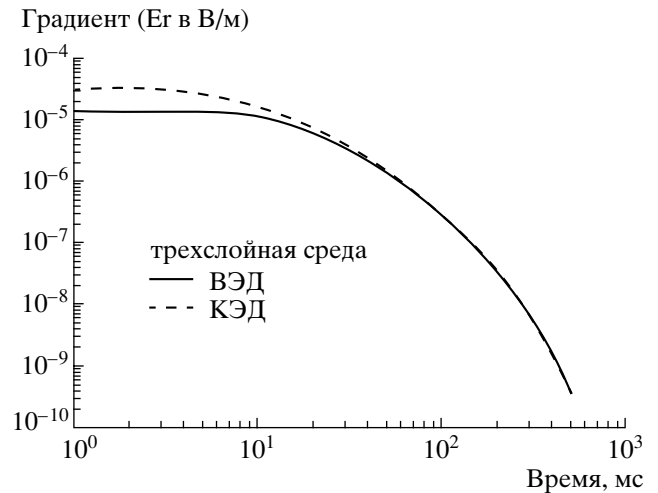


Рис. 3. КЭД и ВЭД в трехслойной среде.

цам линия (ГЭЛ) и токовая петля — поверхностная плотность определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ГЭЛ} - j_x^{\text{CT}}(x, y) = \\ = I\delta(y)[U(x + dx_0/2) - U(x - dx_0/2)], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{петля} - j_\phi^{\text{CT}}(r) = I\delta(r - a), \quad (2)$$

где $U(x)$ — функция Хевисайда, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, dx_0 — длина ГЭЛ, a — радиус токовой петли. Примем в качестве базовой модели среды одномерную, горизонтально-однородную модель и применим уравнения Максвелла с соответствующими условиями. Напомним, что поле электрического типа определяется отсутствием вертикальной компоненты магнитного поля, а поле магнитного типа — отсутствием вертикальной электрической компоненты. Поэтому, сведя задачу к определению вертикальных компонент, мы легко (подробно в ПРИЛОЖЕНИИ, а также в работе [Могилатов, 1998]) получим решение для любой компоненты поля ($P_k = E_{x,y,z}, H_{x,y,z}$) в виде линейного двучлена вида

$$P_k = \hat{F}\{a_k \hat{F}^*\{\text{div } j^{\text{CT}}\}V + b_k \hat{F}^*\{\text{rot}_z j^{\text{CT}}\}X\}, \quad (3)$$

где $\hat{F}\{\}$ и $\hat{F}^*\{\}$ означают прямое и обратное линейные преобразования по латеральным координатам и несущественны для дальнейших рассуждений.

Таким образом, поле определяется двумя независимыми функциями, V и X — решениями двух разных краевых нестационарных задач. Вклад каждого решения определяется конфигурацией источника (стороннего тока) посредством значений функций $\text{div } j^{\text{CT}}(x, y)$ и $\text{rot}_z j^{\text{CT}}(x, y)$. Понятно, что одна составляющая определяется током, стекающим с заземлений (возбуждается гальваническим путем), а другая составляющая зависит от вихре-

вой компоненты в распределении стороннего тока (возбуждается индуктивным путем). Речь идет о том, что в горизонтально-слоистой среде имеет место разделение общего поля на Е- и Н-составляющие (поперечно-магнитные и поперечно-электрические поля, ТМ (transverse magnetic) и ТЕ (transverse electric), поле электрического типа и поле магнитного типа (Е- и Н-моды). Итак, физико-математические основы индукционной электроразведки с контролируемыми источниками дугеидины и симметричны по отношению к полям электрического и магнитного типов.

Такая точка зрения требует дополнить традиционный арсенал электроразведки источником, симметричным токовой петле — возбудителем чистого ТМ-поля. Как следует из (3), такой наземный источник ТМ-поля должен удовлетворять условию $\text{rot}_z j^{\text{CT}} = 0$ и это можно реализовать набором радиальных токовых линий (круговой электрический диполь — КЭД, рис. 2). Эта питающая установка — практически единственное средство возбуждения с дневной поверхности поля чисто электрического типа. Однако, если рассматривать и погруженные источники, то известен источник, возбуждающий сходную пространственную структуру распределения токов в среде — вертикальный электрический диполь (ВЭД). Действительно, если имеет место соответствие:

$$A = Idz z_0 = I_0 b^2 / 4, \quad (4)$$

где Idz — момент, z_0 — глубина погружения ВЭД, I_0 — ток, b — радиус КЭД, то поздняя стадия становления поля в слое (h, ρ) с изолирующим основанием для КЭД и ВЭД выглядит одинаково. При $t \rightarrow \infty$

$$E_r(t) \approx \frac{A \rho}{\pi h^4} \frac{r}{h} \left(\frac{\mu_0 h}{2 \tau \rho} \right)^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 t \rho}{\mu_0 h^2} \right). \quad (5)$$

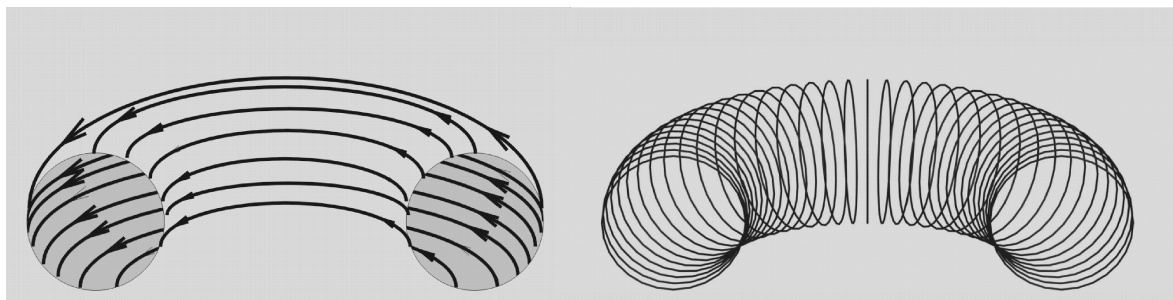


Рис. 4. Система горизонтальных токов, возбуждаемая петлей, и тороидальная система токов (КЭД, ВЭД).

На рис. 3 сравниваются поля ВЭД и КЭД (E_r) в более сложной (трехслойной) среде с изолирующим основанием. Примем момент ВЭД $Idz = 10000$ Ам и будем погружать на глубину 500 м. КЭД радиусом 500 м и с током 80 А будем размещать на дневной поверхности. Градиент электрического поля (E_r) фиксируется на удалении 1000 м. Легко проверить, что параметры ВЭД и КЭД удовлетворяют соотношению (4). Глубина до фундамента 2000 м, $\rho = 10$ Ом м. В основание вмещающего слоя помещена S-плоскость (100 См).

Аналитические соотношения для простых сред и численные расчеты для более сложных показывают, что КЭД является наземным аналогом вертикальной электрической линии. Оба источника возбуждают только поля электрического типа, хотя и различным способом (ВЭД – гальванически и индуктивно, КЭД – только гальванически, посредством стекающего с заземлений тока). Однако в процессе становления начинают превалировать общие свойства ТМ-поля над начальными условиями. Вообще, это интересный результат, позволяющий соотнести новый источник (КЭД) с электроразведочной традицией, к которой все же принадлежит вертикальный электрический диполь. Нужно только заметить, что ВЭД, как источник ТМ-поля, малореализуем (прежде всего из-за неvertикальности реальных скважин). Таким образом, мы можем говорить о свойствах Е-поля, подразумевая его в составе полного поля, возбуждаемого произвольным (смешанным) источником или в качестве полного поля, возбуждаемого ВЭД и КЭД. Свойства эти, как мы уже говорили (и обсуждали, например, в [Могилатов, 1998]), существенно отличаются от свойств Н-поля. Н-поле (ТЕ-поле) имеет только горизонтальные компоненты электрического поля и, соответственно, образует систему только горизонтальных токов, зависящую только от горизонтального сопротивления (знаменитое “токовое кольцо”, возбуждаемое петлей). ТМ-поле (от КЭД или ВЭД) образует тороидальную систему токов, замыкающихся в вертикальных плоскостях (и поэтому его поле зависит и от горизонтального сопротивления, и от вертикального) (рис. 4).

Такая система токов не имеет квазистационарного магнитного поля вне себя, т.е. на дневной поверхности и в воздухе нет квазистационарного отклика в магнитных компонентах от горизонтально-слоистой среды. На дневной поверхности имеется только радиальная компонента электрического поля. В режиме становления на всех стадиях переходного процесса эта компонента зависит от вертикальной структуры среды (как пример, формула (5), где в показателе экспоненты кроме продольной проводимости $S = h/\rho$ отдельно присутствует мощность проводящего пласта h). В этом – радикальное отличие от процесса становления поля петли, зависящего в поздней стадии лишь от суммарной продольной проводимости разреза (помещаемой, к тому же, “все равно – где”).

Итак, мы хотели бы сказать, что в индукционной геоэлектрике есть интересный резерв, до сих пор почти неиспользуемый и почти не изученный ранее – переменное поле электрического типа.

Наиболее актуальным на наш взгляд является возможность минимизации отклика вмещающего одномерного геоэлектрического разреза. Как нам представляется, в настоящее время основная проблема зондирования становлением в структурных исследованиях, при выявлении слабых латеральных изменений или различных тонких эффектов, связанных с вещественным составом, заключается в том, что фактически используемое поле магнитного типа (индуктивные зондирования) формирует мощный фоновый отклик от продольной проводимости вмещающего разреза. При интерпретации полного сигнала возникает прежде всего проблема снятия фона. Покажем, как выглядит эта проблема на примере многоразностных зондирований, которые как будто обещали стать основой экономичного производственного метода электроразведки (но не стали).

На рис. 5 представлена серия кривых становления для разнесенной установки “петля–петля” (проводящий пласт 3 Ом м перекрыт плохопроводящей толщей в 400 м). Разнос меняется от 500 до 1200 м. На таком изменчивом фоне (до трех переходов через 0), весьма критично определяемом одномерной вмещающей толщей и геометрией

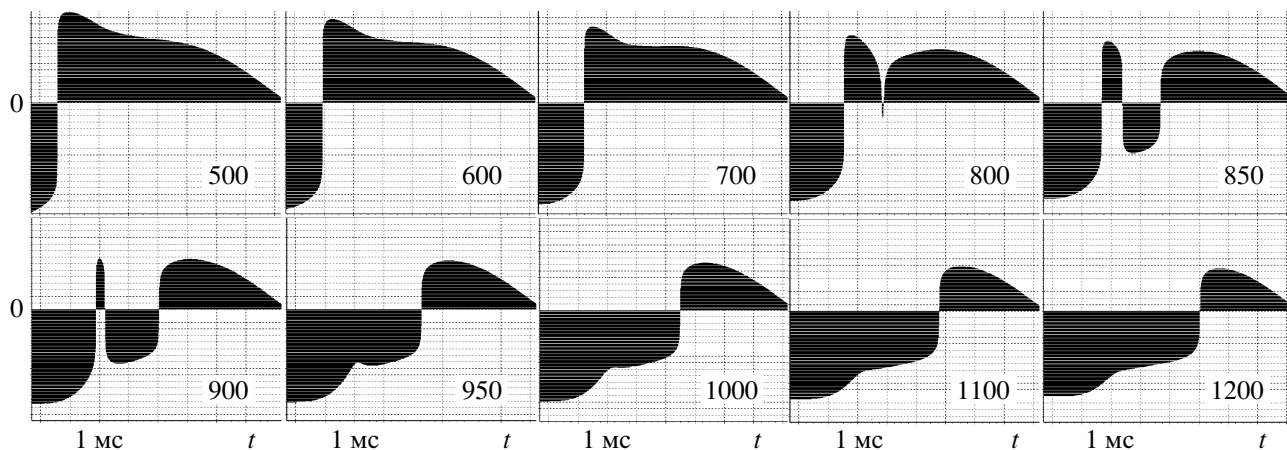


Рис. 5. Многоглубинные зондирования “петля–петля”. Шифр кривых – разнос (м).

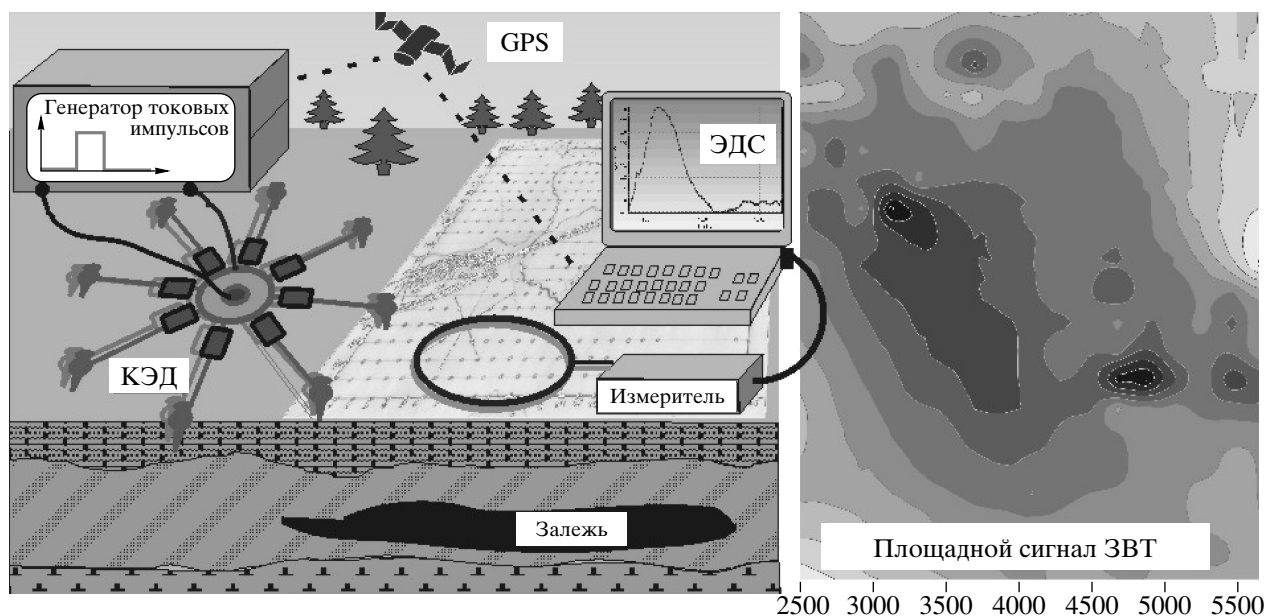


Рис. 6. Схема работ методом ЗВТ-М.

установки, изучать слабые латеральные нарушения по проводимости или другие аномальные эффекты крайне проблематично. Они-то, может, и влияют на процесс становления посредством вклада в суммарную продольную проводимость, но влияние это трудно выделить и оно слишком плохо локализовано по площади, и цели именно площадных исследований не достигаются.

Радикальное решение проблемы состоит в таком устройстве эксперимента, при котором фоновое поле, по крайней мере, на дневной поверхности, не возникало бы совсем (следовательно, мы не имеем в виду прием, именуемый “метод чистой аномалии”, по которому в предыдущем примере достаточно было бы измерять угловую горизонтальную компоненту магнитного поля). Такое

устройство эксперимента возможно с применением вместо петли источника ТМ-поля. Как пример приводим общую схему работ именно таким методом (зондирования вертикальными токами с магнитным приемом – ЗВТ-М) на рис. 6.

Устраивается питающая установка КЭД. В работах по оконтуриванию залежей радиус (или длины каждой из 8 радиальных линий) составлял 500–750 м. Специальная электронная система следит за поддержанием равных токов в лучах в импульсном режиме, и эта система есть специфическая аппаратура ЗВТ. Измерительный комплекс включает компактный индукционный датчик и измеритель переходного сигнала – стандартные элементы аппаратуры МПП или ЗСБ. Комплекс (один или несколько) свободно переме-

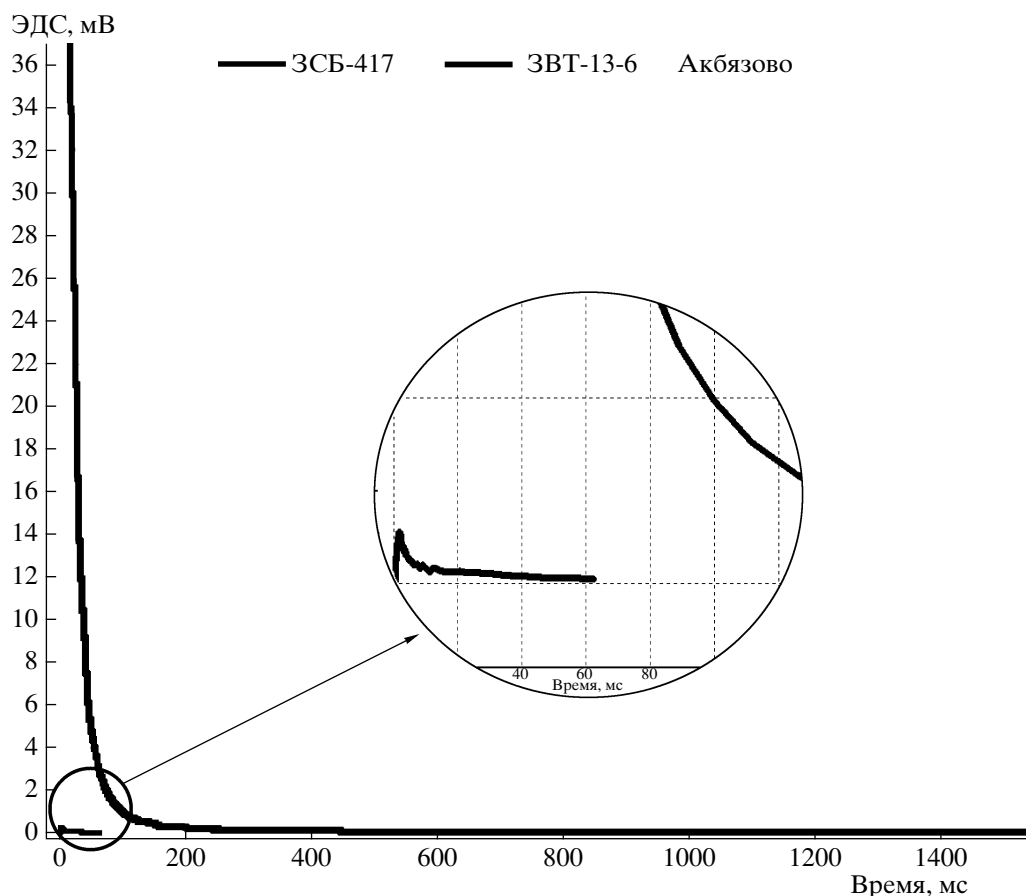


Рис. 7. Сравнение сигналов ЗСБ и ЗВТ-М на Акбязовской залежи в Татарстане.

щается по площади с использованием спутниковой пространственно-временной привязки к источнику. Площадной сигнал ЗВТ-М, свободный от фона вмещающей среды и целиком обязанный латеральным неоднородностям, с которыми связан пространственно, обладает высокой визуализирующей способностью. Схема уже хорошо опробована на разных объектах. Например, в работе [Могилатов и др., 2003] приведены достаточно успешные и, во всяком случае, интересные и необычные результаты по оконтуриванию залежей в восточных районах республики Татарстан.

В этих районах давно и традиционно проводятся работы методом ЗСБ. Допустим, что такие работы проводятся с целью оконтурить залежь. Посмотрим, в чем же заключается разница между применением для этой цели ЗВТ и ЗСБ. Сравним полевые сигналы ЗВТ и ЗСБ на Акбязовской залежи, которая была успешно оконтурена по данным ЗВТ-М (рис. 7). Сигнал ЗСБ имеет огромный динамический диапазон и определяется некоторой усредненной вмещающей средой. Выделить информацию, относящуюся к слабым локальным латеральным изменениям, связанным с залежью, очень не просто. Практически удается отметить в пло-

щадных исследованиях (при перемещении всей небольшой приемно-питающей установки, заметьте!) лишь широко “размазанную” зону дефицита продольной проводимости. Весьма слабый (в пределах первых десятков микровольт) сигнал ЗВТ-М, само существование которого связано с латеральными неоднородностями, несмотря на все неточности измерения, меняя амплитуду и полярность, дает вполне определенный контур залежи (при фиксированном источнике!). Следует еще заметить, что для метода ЗСБ залежь “реализуется” лишь как слабая латеральная неоднородность продольной проводимости, в сигнале же ЗВТ отражается также неоднородность анизотропии и, очень возможно, параметров ВП.

В методе ЗВТ-М регистрируется аномальный магнитный отклик, возникающий из-за нарушений одномерности среды. Нормальное поле электрического типа (от КЭД или ВЭД) имеет на дневной поверхности только радиальную электрическую компоненту. Как мы уже говорили выше, эта компонента быстро затухает в процессе становления, но мы имели в виду только электродинамический процесс. В реальных средах электрическое поле будет определяться также

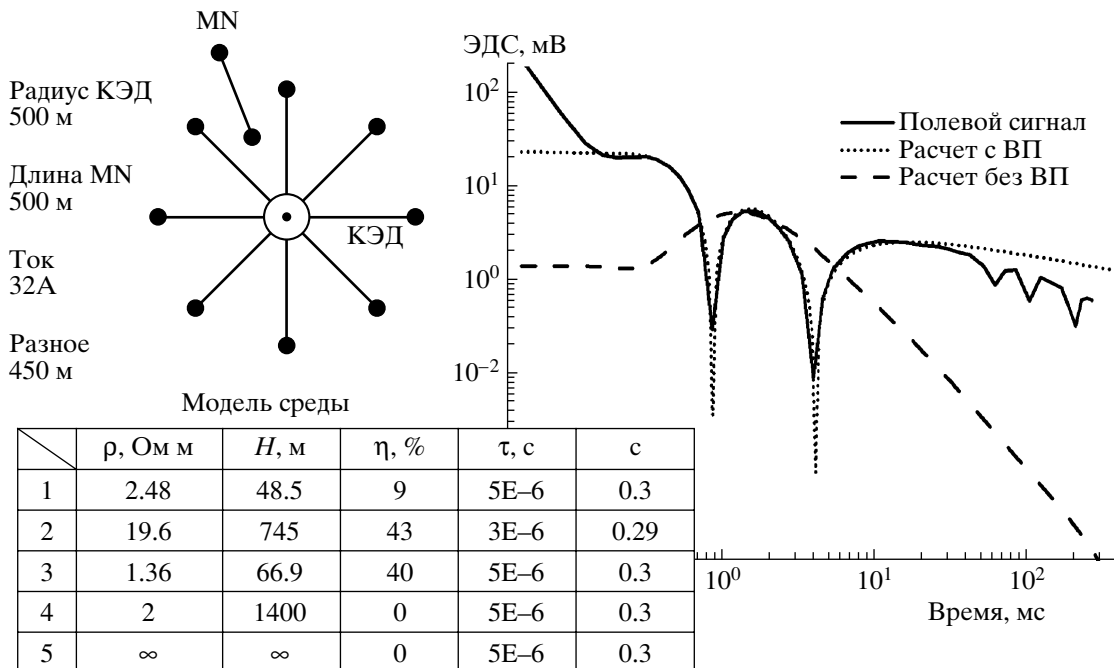


Рис. 8. Сравнение полевой кривой и расчетных с ВП и без ВП.

процессами вызванной поляризации, учитывая характер источника. Насколько это существенно, мы можем продемонстрировать на рис. 8. Здесь приведена, во-первых, полевая кривая (Новосибирская область) для установки КЭД-MN (реальный КЭД – набор из 8 радиальных линий), а также расчетные кривые для такой установки с учетом параметров ВП и без учета. Сопротивления слоистой среды определялись по результатам независимых индуктивных зондирований (ЗСБ), а параметры ВП подобраны. Мы убедились, моделируя сигнал, что сложный характер временного отклика определяется геометрией источника и влиянием процессов ВП, а индукционная составляющая играет весьма незначительную роль, и уже после 10 мс пренебрежимо мала. Тут можно было бы обсудить новый способ изучения процессов ВП в условиях структурной электроразведки с использованием только ТМ-поляризованного поля (переменного) как альтернативу традиционному способу ВП с установкой АВМН, в котором есть проблема разделения процессов электродинамических и процессов ВП.

Возвращаясь к рис. 8, отметим, что нам удалось проинтерпретировать весьма сложную кривую установления и восстановить большое число параметров, воспользовавшись результатами двух независимых экспериментов – с чистой Н-модой (ЗСБ) и с чистой Е-модой (ЗВТ). Интерпретация без использования независимых определений продольных сопротивлений по ЗСБ могла бы быть слишком произвольной в широком классе экви-

валентных моделей. Кстати сказать, мы еще не воспользовались параметром анизотропии, полагая его 1. Однако он, вероятно, существенно отличается от единицы и существенно же влияет на процесс с чистой Е-модой (ТМ-процесс). Заметим, за десятилетия увлечения индуктивным методом (Н-мода, ТЕ-процесс) электроразведчики, практически, забыли про этот параметр. А ведь он может быть весьма эффективен при поиске, разведке и оконтуривании нефтегазовой залежи, например.

Отталкиваясь от этого примера и касаясь цели нашей публикации, мы хотели бы выразить наше твердое убеждение в том, что современный геоэлектрический эксперимент должен предусматривать использование обеих мод электромагнитного поля, причем в отдельных независимых экспериментах. Имеется реальный наземный источник переменного чистого Е-поля – КЭД. Разумеется, если задачи эксперимента узки и решаются применением одной моды, то тем лучше, но выбор должен быть совершенно сознательным. Мы также допускаем, что по соображениям практическим и условиям работ на местности иногда реально применить только линию АВ – смешанный источник. Однако необходим четкий “модовый” подход к интерпретации электрических и магнитных измерений и учет того, что магнитная мода переменного поля линии АВ является преобладающей в электродинамическом процессе.

Применение нестационарных зондирований с использованием поля чисто электрического типа

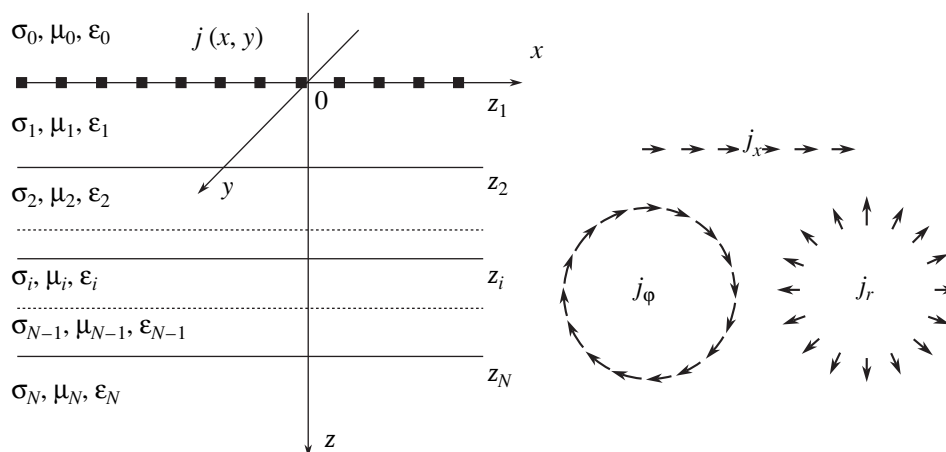


Рис. 9. Модель среды и три типа источников.

имеет интересные перспективы и уже сейчас – интересные полевые результаты, но также и некоторые проблемы. Одна проблема унаследована от методов постоянного тока, которые, как мы уже констатировали, реализуют постоянное Е-поле. Это проблема изолирующих экранов, которая значительно стимулировала появление индуктивного метода. При индукционных зондированиях на переменном ТМ-поле проникновение токов и магнитного поля за экран все же происходит, но связано с токами смещения и как будто мало. Но вопрос совсем не очевиден и еще мало исследован в условиях, когда полное поле является полем электрического типа.

В заключение упомянем еще три перспективных применения переменного поля электрического типа и, соответственно, питающей установки – круговой электрический диполь.

Малоглубинные инженерные исследования электромагнитными методами в последние годы все более актуальны. При этом следует использовать сверххранные времена (или высокие частоты). Обнаружилось, что петля обладает слишком большой собственной индуктивностью и даже не является осесимметричным источником на таких временах (первые десятки наносекунд), поскольку распространение тока по петле от места подвода происходит за сравнимое время. В этом контексте свойства поля КЭД (ТМ-поля) выглядят весьма интригующе – отсутствие квазистационарного магнитного отклика горизонтально-слоистой среды на дневной поверхности (и выше – в воздухе), отсутствие собственной индуктивности и осесимметричность самого источника. Более того, на высоких частотах (или в сверххранной стадии установления) нет нужды заземлять внешние концы радиальных линий. Таким образом, можно рассмотреть перспективы создания достаточно технологичного, малоглубинного метода диэлектрических зондирований.

Другая область, где было бы как минимум интересно применить зондирования посредством Е-поля – морские геоэлектрические исследования. Проблема морских зондирований становлением, например, хорошо известна и понятна. Для полей традиционных источников с преобладанием магнитной моды слой морской воды – серьезнейшая помеха. Имея значительную, а иногда и подавляющую долю продольной проводимости разреза, слой воды поглощает соответствующую часть токов и резко снижает эффективность зондирований. Применение кругового электрического диполя могло бы изменить ситуацию, поскольку Е-поле не определяется суммарной продольной проводимостью ни в какой стадии.

Наконец, если быть оптимистом и предполагать геоэлектромагнитные эксперименты со сверхмощными управляемыми установками, хотелось бы также и для этих целей предложить именно установку КЭД. Применение традиционных источников дает крайне генерализованный отклик среды и, как нам кажется, не приведет к извлечению более подробной информации, чем получаемой по данным магнитотеллурических зондирований. Следует учесть и качества установки КЭД – малая индуктивность, способность пропускать большие токи.

Итак, есть теоретические предпосылки и есть технические средства для расширения экспериментальной базы геоэлектрики с контролируемыми источниками. Надеемся, мы убедили в этом читателя.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим возбуждение N -слоистой среды (σ_i – проводимость, ϵ_i , μ_i – диэлектрическая и магнитная проницаемости i -го слоя, $i = 0, 1, \dots, N$, рис. 9) распределенным переменным плоским сторонним током с поверхностной плотностью $\mathbf{j}^{\text{ст}}(x, y)q(t)$ (в

А/м). Источник учитывается на l -ой границе ($z = z_l$) как особые условия сопряжения для поля:

$$\begin{aligned} [H_x]_{z=z_l} &= j_y^{\text{ct}}(x, y)q(t), \\ [H_y]_{z=z_l} &= -j_x^{\text{ct}}(x, y)q(t), \\ [E_x]_{z=z_l} &= 0, \quad [E_y]_{z=z_l} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $[]$ означает скачок при переходе границы.

В системе уравнений Максвелла горизонтальные компоненты можно выразить через вертикальные, а для E_z и H_z удастся поставить независимые задачи. Они должны в каждом слое удовлетворять уравнению

$$\Delta F = \mu_i \sigma_i \frac{\partial F}{\partial t} + \mu_i \varepsilon_i \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \quad F = F_z, H_z, \quad (7)$$

на границах ($z = z_i, i = 1, 2, \dots, N$) имеем:

$$\begin{aligned} [\sigma E_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}] &= [\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}] = \\ &= \begin{cases} \text{div } \mathbf{j}^{\text{ct}} q(t), & i = l, \\ 0, & i \neq l, \end{cases} \quad [\frac{\partial E_z}{\partial z}]_{z=z_i} = 0, \\ [\mu H_z]_{z=z_i} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$[\frac{\partial H_z}{\partial z}] = -[\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y}] = \begin{cases} \text{rot}_z \mathbf{j}^{\text{ct}} q(t), & i = l, \\ 0, & i \neq l. \end{cases} \quad (9)$$

К условиям (7)–(9) необходимо добавить условия излучения.

Определяя преобразования Фурье

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \hat{F}\{f^*(\xi, \eta, z)\} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\xi, \eta, z) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \\ f^*(\xi, \eta, z) &= \hat{F}^*\{f(x, y, z)\} = \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-i(\xi x + \eta y)} dx dy, \end{aligned}$$

нетрудно получить для образов в каждом i -ом однородном слое:

$$\begin{aligned} H_x^* &= \bar{\eta}(\sigma_i V + \varepsilon_i \dot{V}) D^* + \xi X_z^* R^*, \\ E_x^* &= \bar{\xi} V_z^* D^* - \bar{\eta} \mu_i \dot{X} R^*, \\ H_y^* &= -\bar{\xi}(\sigma_i V + \varepsilon_i \dot{V}) D^* + \bar{\eta} X_z^* R^*, \\ E_y^* &= \bar{\eta} V_z^* D^* + \bar{\xi} \mu_i \dot{X} R^*, \\ H_z^* &= X R^*, \quad E_z^* = V D^*, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\bar{\xi} = \frac{i\xi}{\lambda^2}$, $\bar{\eta} = \frac{i\eta}{\lambda^2}$, $\lambda = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$, $(\dot{f})$ и (f'_z) означают производные по времени и по координате z ,

$$R^* = \hat{F}^*\{\text{rot}_z \mathbf{j}^{\text{ct}}\}, \quad D^* = \hat{F}^*\{\text{div } \mathbf{j}^{\text{ct}}\}. \quad (11)$$

Для X и V получаем краевые задачи “магнитного” и “электрического” типов:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \lambda^2 U = \mu_i \sigma_i \frac{\partial U}{\partial t} + \mu_i \varepsilon_i \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (U = X, Y),$$

а) для функции X

б) для функции V

$$[\mu X]_{z=z_i} = 0, \quad [\sigma V + \varepsilon \dot{V}]_{z=z_i} = \begin{cases} q(t), & i = l \\ 0, & i \neq l \end{cases}, \quad (12)$$

$$[X'_z]_{z=z_i} = \begin{cases} q(t), & i = l \\ 0, & i \neq l \end{cases}, \quad [V'_z]_{z=z_i} = 0,$$

$$X \rightarrow 0, \quad V \rightarrow 0, \quad |z| \rightarrow \infty.$$

Таким образом, проблема с произвольным плоским источником разделена на две независимые задачи для скалярных функций. Иначе говоря, процесс установления поля произвольного источника есть суперпозиция двух различных процессов. Вклад каждого процесса определяется коэффициентами D^* и R^* , т.е. конфигурацией источника (стороннего тока) посредством значений функций $\text{div } \mathbf{j}^{\text{ct}}(x, y)$ и $\text{rot}_z \mathbf{j}^{\text{ct}}(x, y)$.

Три примера:

Токовая петля радиуса a . Имеется только $j_\phi^{\text{ct}}(r) = I\delta(r-a)$, так что $D^* = 0$ и этот источник возбуждает только поле магнитного типа. Следуя алгоритму, воспользовавшись азимутальной симметрией и перейдя от преобразований Фурье к преобразованиям Ганкеля, получаем

$$\begin{aligned} R^* &= 2\pi I \int_0^\infty [\delta(r-a)/r + \delta'(r-a)] J_0(\lambda r) r dr = \\ &= 2\pi I \lambda a J_1(\lambda a). \end{aligned} \quad (13)$$

Легко видеть, что в цилиндрической системе координат отличны от 0 компоненты H_r , H_z и E_ϕ . Например, компонента E_ϕ в i -м слое:

$$E_\phi(r, z, t) = \frac{M_z \mu_i}{\pi a} \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) \lambda \frac{\partial X(z, t, \lambda)}{\partial t} d\lambda, \quad (14)$$

где $M_z = I\pi a^2$ определяется как момент источника.

Круговой электрический диполь – гальванический источник. Построим теперь такой источник, который возбуждал бы поле только электрического типа. Мы должны потребовать, чтобы $R^* \equiv 0$ или

на всей плоскости $z = 0$ (в полярной системе координат)

$$\text{rot}_z \mathbf{j}^{\text{CT}} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r j_\phi^{\text{CT}})}{\partial r} - \frac{\partial j_r^{\text{CT}}}{\partial \phi} \right] = 0. \quad (15)$$

Очевидное решение – это осесимметричное распределение стороннего тока, имеющего только радиальную компоненту $\mathbf{j}_r^{\text{CT}}(r)$. Пусть плотность стороннего тока отлична от 0 только вблизи окружности радиуса r_0 (рис. 9), т. е. $j_r^{\text{CT}}(r) = \frac{I dr_0}{2\pi r_0} \delta(r - r_0)$, где I – полный ток. Будем называть такой источник круговой электрический диполь (КЭД). Далее, $D^*(\lambda) = I dr_0 \lambda J_1(\lambda r_0)$, и мы получим следующие выражения для ненулевых компонент поля КЭД в i -м слое:

$$H_\phi(r, z, t) = -\frac{I dr_0}{2\pi} \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) \times \\ \times \left[\sigma_i V(z, t, \lambda) + \varepsilon_i \frac{\partial V(z, t, \lambda)}{\partial t} \right] \lambda d\lambda, \quad (16)$$

$$E_r(r, z, t) = -\frac{I dr_0}{2\pi} \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) \frac{\partial V(z, t, \lambda)}{\partial z} \lambda d\lambda, \quad (17)$$

$$E_z(r, z, t) = \frac{I dr_0}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) J_1(\lambda r_0) V(z, t, \lambda) \lambda^2 d\lambda. \quad (18)$$

Таким образом, поле КЭД ортогонально полю петли. Поле петли поперечно-электрическое или ТЕ-поле и, значит, поле КЭД – поперечно-магнитное или ТМ-поле. Отметим замечательную особенность поля КЭД. Как следует из выражения для компоненты H_ϕ , в воздухе ($\sigma_0 = 0$) квазистационарный магнитный отклик горизонтально-слоистой среды отсутствует.

Заземленная линия – смешанный источник. Возьмем короткую линию dx_0 с током I . Поверхностная плотность стороннего тока имеет только компоненту $j_x^{\text{CT}}(x, y) = I dx_0 \delta(y) \delta(x)$. Тогда $D^* = I dx_0 \cdot \mathbf{i} \xi$, $R^* = -I dx_0 \cdot \mathbf{i} \eta$ и

$$H_x = I dx_0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \hat{O}(\sigma_i V + \varepsilon_i \dot{V} - X'_z),$$

$$E_x = I dx_0 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{O}(V'_z) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \hat{O}(\mu_i \dot{X}) \right],$$

$$H_y = -I dx_0 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{O}(\sigma_i V + \varepsilon_i \dot{V}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \hat{O}(X'_z) \right],$$

$$E_y = I dx_0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \hat{O}(V'_z - \mu_i \dot{X}),$$

$$H_z = I dx_0 \frac{\partial}{\partial y} \hat{O}(\lambda^2 X),$$

$$E_z = -I dx_0 \frac{\partial}{\partial x} \hat{O}(\lambda^2 V),$$

где $\hat{O}$ – интегральный оператор

$$\hat{O}(F) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{F(\lambda)}{\lambda} d\lambda.$$

Следует обратить внимание на то, что все компоненты, кроме E_z , содержат вклад поля магнитного типа (индуктивную составляющую), а это значит, что в поздней стадии ГЭД можно считать фактически индуктивным источником, близким по свойствам идеальному индуктивному источнику – петле, поскольку индуктивный (ТЕ) процесс затухает гораздо медленнее гальванического (ТМ). Видно, что в воздухе, в квазистационарном приближении магнитные компоненты H_x , H_y и H_z определяются только магнитной модой. Таким образом, любые измерения магнитного поля, возбуждаемого линией с током, на дневной поверхности и выше методически тяготеют к индуктивной электроразведке. Регистрируя же компоненту E_z , мы применим весьма отличный метод, который по аналогии можно определить как *неиндуктивную* импульсную электроразведку. Это при одном и том же источнике. Измерение горизонтальных электрических компонент, т. е. применение традиционной установки АВМН, приводит к необходимости при интерпретации рассматривать два типа процессов – гальванический и индуктивный. Такая установка – не самый простой инструмент эксперимента.

Два способа решения задачи о становлении

Краевые задачи (12) решаем, продолжая разделять переменные. Функции X и V будем искать как суперпозицию решений вида $Z(z) \cdot \exp(-\alpha t)$, где $\text{Re } \alpha \geq 0$. Функцию Z определим как $Z(z) = A \zeta(z)$ над границей со сторонним током ($z \leq z_i$) и $Z(z) = B \zeta(z)$ под границей. Функция ζ в i -м слое может быть выражена через свои же значения на нижней или на верхней границе слоя (изнутри слоя). Обозначая $\zeta_i = \zeta(z_i)$, $\zeta'_i = \zeta'(z_i)$, ($i = 1, 2, \dots, N$), имеем в каждом слое ($z_i \leq z \leq z_{i+1}$):

$$\zeta(z) = \zeta_1 \exp[u_0(z - z_1)], \quad z \leq z_1, \quad (\text{в воздухе}), \\ \zeta(z) = \zeta_i \text{ch}[u_i(z - z_i)] + \frac{\zeta'_i}{u_i} \text{sh}[u_i(z - z_i)], \quad (19)$$

или, выражая через значения на нижней границе,

$$\zeta(z) = \zeta_{i+1} \operatorname{ch}[u_i(z - z_{i+1})] + \frac{\zeta'_{i+1}}{u_i} \operatorname{sh}[u_i(z - z_{i+1})], \quad (20)$$

$$\zeta(z) = \zeta_N \exp[-u_N(z - z_N)], \quad z \geq z_N.$$

Здесь $u_i^2 = \lambda^2 + k_i^2$, $k_i^2 = -\alpha \mu_i \sigma_i + \alpha^2 \mu_i \varepsilon_i$, ($i = 0, 1, \dots, N$). При переходе границы между слоями непрерывны функции

$$\begin{array}{ll} \text{а) для } X & \text{б) для } V \\ f = \mu \zeta \text{ и } h = \zeta'_z; & h = (\sigma - \alpha \varepsilon) \zeta \text{ и } f = \zeta'_z. \end{array} \quad (21)$$

Формулы (19)–(21) отражают известный рекуррентный механизм расчетов поля в слоистой среде. На этом этапе следует уточнить вид параметра α . Обычно его берут в виде $i\omega$, где ω пробегает непрерывный ряд значений, и функции X и V представляются интегралом Фурье:

$$\left. \begin{array}{l} X \\ V \end{array} \right\} = \hat{F}(Z) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) Z(z) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (22)$$

Функция $Q(\omega)$ есть трансформанта функции, описывающей форму возбуждающего импульса, т. е. $q(t) = \hat{F}(Q)$. Для мгновенного включения имеем, в частности, $Q(\omega) = 1/(-i \cdot \omega)$. Если $q(t) = \exp(-i\omega_0 t)$ (т. е. $Q(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$), мы получаем гармоническое решение для частоты ω_0 .

Находим функцию Z , имея источник на границе $z = z_l$, ($1 \leq l \leq N$) и определяя коэффициенты A и B с учетом условий при $z = z_l$ после преобразования по формуле (22) краевых задач (12):

$$Z(z) = -\frac{\hat{f}_l}{\hat{f}_l \hat{h}_l - \hat{f}_l \hat{h}_l} \check{\zeta}(z), \quad (23)$$

$$z \leq z_l \text{ (над источником);}$$

$$Z(z) = -\frac{\check{\hat{f}}_l}{\check{\hat{f}}_l \check{\hat{h}}_l - \check{\hat{f}}_l \check{\hat{h}}_l} \check{\zeta}(z), \quad (24)$$

$$z \geq z_l \text{ (под источником).}$$

Здесь акцент $\check{}$ означает, что функция определяется над источником, последовательно сверху вниз по формулам (19)–(20), причем, значение $\check{\zeta}_1$ (на верхней стороне первой границы) – произвольно. Соответственно акцент $\hat{}$ означает, что функция определяется снизу, с нижней стороны последней границы.

Фактически мы применили обычный способ решения задачи о становлении, известный как “решение в частотной области”. Можно предложить и другое решение краевых задач (12), которое впервые использовал А.Н. Тихонов в работе [Тихонов, Скугаревская, 1950]. Если токами сме-

щения пренебречь и принять верхнее (воздух) и нижнее полупространства как изолирующие, то решение в этих областях для функций $X(z, t)$ и $V(z, t)$ есть $F(z, t) = F(z_1, t) \exp[\lambda(z - z_1)]$ в верхнем и $F(z, t) = F(z_N, t) \exp[-\lambda(z - z_N)]$ в нижнем полупространствах и задачи (12) для X и V ограничиваются по z ($z_1 \leq z \leq z_N$) путем замены граничных условий при $z = z_1$ и $z = z_N$ замыкающими условиями связи функции и производной. Сначала решаем задачу для режима выключения (при $t = 0$), сводя к задаче с начальным условием. При этом получим следующие задачи для функций X и V :

$$\begin{array}{ll} \text{а) для функции } X & \text{б) для функции } V \\ X''_{zz} - \lambda^2 X = \mu_i \sigma_i \frac{\partial X}{\partial t}, & V''_{zz} - \lambda^2 V = \mu_i \sigma_i \frac{\partial V}{\partial t}, \\ X'_z - \lambda \frac{\mu_1}{\mu_0} X = 0, & V = 0, \quad z = z_1, \\ [\mu X]_{z=z_i} = 0, & [\sigma V]_{z=z_i} = 0, \\ [X'_z]_{z=z_i} = 0, & [V'_z]_{z=z_i} = 0, \\ X'_z + \lambda \frac{\mu_{N-1}}{\mu_N} X = 0, & V = 0, \quad z = z_N, \\ X = \bar{X}(\lambda, z), & V = \bar{V}(\lambda, z), \quad t = 0, \end{array} \quad (25)$$

где $i = 2, \dots, N-1$, а $\bar{X}(\lambda, z)$ и $\bar{V}(\lambda, z)$ – решения для постоянного тока. Заметим, что начальным условием для функции X является распределение (Фурье-образ) магнитного поля постоянного стороннего тока, а для функции V – распределение тока, стекающего в среду с заземлений.

В этом случае разделение переменных приводит к задаче Штурма-Лиувилля, параметр α принимает дискретный набор вещественных значений $\alpha_j \geq 0$ и решение для функций X и V представляется в виде ряда Фурье:

$$\left\{ \begin{array}{l} X \\ V \end{array} \right\} = \sum_{j=0}^{\infty} C_j \zeta_j(z) \exp(-\alpha_j t), \quad (26)$$

для мгновенного выключения.

Функции ζ_j последовательно определяем сверху вниз, положив $\zeta'_{j1} = 1$, с учетом соотношений (19) и удовлетворяя граничным условиям в задачах (25). Условия на нижней границе являются уравнениями для определения α_j . В случае сверхпроводящего основания условие на нижней границе для функции X есть $\zeta'_{jN} = 0$. Коэффициенты C_j определяем при удовлетворении начальных условий для функций X и V и пользуясь ортогональностью функций $\mu \sqrt{\sigma} \zeta_j$ для X и $\sqrt{\mu} \sigma \zeta_j$ для V в области $z_1 \leq z \leq z_N$. Также мы учитываем, что функции $\bar{X}(\lambda, z)$ и $\bar{V}(\lambda, z)$ удовлетворяют уравне-

нию $F_{zz}'' - \lambda^2 F = 0$, тем же условиям на границах, что и функции X , V и содержат источник на l -й границе. Итак,

$$\begin{aligned} \text{а) для функции } X \quad \text{б) для функции } V \\ C_j = \frac{f_{jl}}{\alpha_j \sum_{i=1}^{N-1} M_{ji} \mu_i^2 \sigma_i}, \quad C_j = -\frac{f_{jl}}{\alpha_j \sum_{i=1}^{N-1} M_{ji} \mu_i^2 \sigma_i}, \end{aligned} \quad (27)$$

где в каждом слое определяется

$$\begin{aligned} M_{ji} &= \int_{z_i}^{z_{i+1}} [\zeta_j(z)]^2 dz = \\ &= \frac{d_i(\zeta_{ji}^2 u_{ji}^2 - [\zeta'_{ji}]^2) + (\zeta_{ji+1} \zeta'_{ji+1} - \zeta_{ji} \zeta'_{ji})}{2u_{ji}^2}, \end{aligned}$$

непрерывные функции f определены выражениями (21), а $d_i = z_{i+1} - z_i$ — мощности слоев ($i = 1, 2, \dots, N-1$). Заметим, что $u_{ji} = \sqrt{\lambda^2 - \alpha_j \mu_i \sigma_i}$ может принимать мнимые значения, тогда вещественное гиперболическое решение (19) переходит в вещественное тригонометрическое решение. Этот алгоритм нами хорошо освоен и давно применяется в программном комплексе ПОДБОР.

Здесь в компактной форме приведен одномерный математический аппарат, с помощью кото-

рого можно построить алгоритм для расчета устанавливающегося поля произвольного источника на дневной поверхности (или на любой другой границе), притом двумя способами, совместное использование которых позволяет организовать универсальные надежные и быстрые вычислительные процедуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Дмитриев В.И. Общий метод расчета электромагнитного поля в слоистой среде. Вычислительные методы и программирование. 1968. Вып. 10. С. 55–65.
- Могилатов В.С. Возбуждение электромагнитного поля в слоистой Земле горизонтальным токовым листом // Физика Земли. 1998. № 5. С. 45–53.
- Могилатов В.С., Мухамадиев Р.С., Балашов Б.П., Смоленцев В.В., Феофилов С.А., Темирбулатов Ш.С., Потапов В.В. Результаты работ по оконтуриванию залежей нефти в Татарстане методом зондирования вертикальными токами // Геофизика. 2003. № 5. С. 47–54.
- Романов В.Г., Кабанихин С.И. Обратные задачи геоэлектрики. М.: Наука. 1991. 303 с.
- Светов Б.С., Губатенко В.П. Аналитические решения электродинамических задач. М.: Наука. 1988. 344 с.
- Табаровский Л.А. Применение метода интегральных уравнений в задачах геоэлектрики. Новосибирск: Наука. 1975. 140 с.
- Тихонов А.Н., Скугаревская О.А. О становлении электрического тока в неоднородной среде. II // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1950. Т. XIV. № 4. С. 281–293.